

常见相似准则数的物理意义

Bi 数 $\frac{hl}{\lambda}$ 固体内部导热热阻与界面上换热热阻之比
(λ 为固体导热系数)

Fo 数 $\frac{\alpha \tau}{l^2}$ 非稳态过程的无量纲时间, 表征过程进行深度

Nu 数 $\frac{hl}{\lambda}$ 壁面上流体的无量纲温度梯度 (λ 为流体导热系数)

Pr 数 $\frac{\nu}{\alpha}$ 动量扩散能力与热量扩散能力之比

Re 数 $\frac{ul}{\nu}$ 惯性力与黏性力之比的一种度量

Gr 数 $\frac{g l^3 \alpha \Delta t}{\nu^2}$ 浮升力与黏性力之比的一种度量

雷利数 $Ra = Gr \cdot Pr = \frac{g \alpha \Delta t l^3}{\nu^2} \cdot \frac{\nu}{\alpha}$ 浮升力与体积的乘积 与
热扩散率与动量扩散乘积 之比的一种度量

St 数 $\frac{Nu}{Re Pr}$ 一种修正的 Nu 数

j 因子 $\frac{Nu}{Re^{1/3} Pr^{1/3}}$ 无量纲表面传热系数

第一章

热量 $Q = cm\Delta t$

热流量 $\phi = J/s$ 单位时间通过一给定面积的热量

热流密度 $q = \frac{\phi}{A} = W/m^2$ 单位时间单位面积通过的热量

傅里叶定律:

导热基本定律

$$q = \frac{\phi}{A} = -\lambda \frac{dt}{dx}$$

牛顿冷却公式:

$$q = h\Delta t \quad (\text{空气 } h \approx 10)$$

• 导热率/导热系数

h : 表面传热系数 $W/(m^2 \cdot K)$ (对流换热系数)

热辐射定律

$$\phi = A\sigma T^4 \quad (\text{四次方公式})$$

发射率 ε

$$\phi = \varepsilon A\sigma T^4$$

• 冷凝器室外机 蒸发器室内机

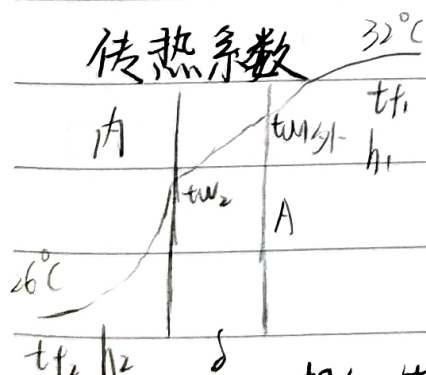
热能传递三种方式: 热传导, 热对流, 热辐射

热对流仅发生在流体中 (冷热流体); 对流传热为流体与表面

对流传热 < 自然对流: 冷热密度不同

强制对流: 泵, 风机等压差作用

• 空气没有辐射, 吸收能力



$$\phi = h_1 A (t_{f1} - t_{w1}) \quad t_{f1} - t_{w1} = \frac{\phi}{h_1 A}$$

$$\phi = \frac{\lambda A}{\delta} (t_{w1} - t_{w2}) \quad t_{w1} - t_{w2} = \frac{\phi}{\lambda A / \delta}$$

$$\phi = h_2 A (t_{w2} - t_{f2}) \quad t_{w2} - t_{f2} = \frac{\phi}{h_2 A}$$

$$\text{相加 } t_{f1} - t_{f2} = \phi \left(\frac{1}{h_1 A} + \frac{\delta}{\lambda A} + \frac{1}{h_2 A} \right)$$

k 为传热系数 $W/m^2 \cdot K$

$$\phi = \frac{\Delta t A}{\frac{1}{h_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{h_2}}$$

$$\text{令 } k = \frac{1}{\frac{1}{h_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{h_2}}$$

$$\phi = A k \Delta t$$

$$\phi = k A (t_{f1} - t_{f2})$$

→ 仅适用一维、稳态、无内热源

传热热阻: $\phi = kA \Delta t$ $k = \frac{1}{\frac{1}{h_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{h_2}}$ $\frac{1}{k} = \frac{1}{h_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{h_2}$

$\phi = \frac{\Delta t}{\frac{1}{Ak}}$ $\frac{1}{Ak}$ 为热阻 $\propto I = \frac{U}{R}$ 温差为动力

导热微观机理

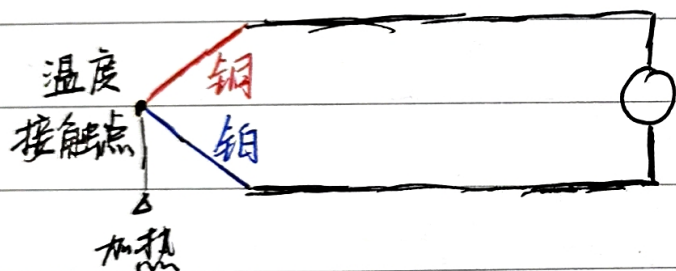
气态: 导热由分子的无规则热运动引起

固态: 导电固体由晶格振动和自由电子运动引起

非导电固体由晶格振动引起

液体: 一说由分子无规则运动; 一说由晶格振动

塞贝克效应—热电偶



金属传热靠自由电子, 传热能力不同, 电子扩散速率不同, 平衡后形成电势差

导热系数:

傅利叶导热定律一般表达式

$$\vec{q} = -\text{grad } t = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n} \vec{n}$$

$$\lambda = \frac{|\vec{q}|}{|\text{grad}|}$$

$$\lambda = \frac{|\vec{q}|}{|\frac{\partial t}{\partial n} \cdot \vec{n}|}$$

傅里叶导热定律不适于各向异性材料^①、温度过低^②、作用时间极短^③

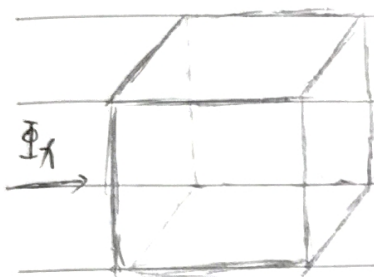
^④ 空间尺度极小

· 导热问题的数学描写

(傅利叶定律和导热微分方程 不是一回事)

导热微分方程及相应的定解条件构成导热问题完整的数学描写。

内热源 $\dot{q}$: 单位时间单位体积 产生或消耗 的热能 W/m^3



$$f(x_1) \approx f(x_0) + f'(x_0)(x_1 - x_0)$$

$$\Phi_{x+dx} = \Phi_x + \frac{\partial \Phi_x}{\partial x} dx$$

$$\Phi_x = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x} dy dz$$

$$\therefore \Phi_{x+dx} = \Phi_x + \frac{\partial}{\partial x} \left[-\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial x} \right) dy dz \right] dx$$

$$= \Phi_x - \frac{\partial \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial x} \right)}{\partial x} dx dy dz$$

变化的 = 得到 - 失去

$$\Delta \Phi = \frac{cm \Delta t}{\Delta \tau} = \frac{c \rho dx dy dz \Delta t}{\Delta \tau} \quad \Phi_x - \Phi_{x+dx} = \frac{\partial \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial x} \right)}{\partial x} dx dy dz$$

$$\therefore \Delta \Phi = \frac{c \rho dx dy dz \Delta t}{\Delta \tau} = \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial z} \right) \right] dx dy dz + \dot{\Phi} dv$$

$$\frac{\rho c \Delta t}{\Delta \tau} = \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial z} \right) \right] + \dot{\Phi}$$

导热微分方程一般形式

· 当常物性, λ 为常数时

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{\rho c} \left[\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right] + \frac{\dot{\Phi}}{\rho c}$$

令: $a = \frac{\lambda}{\rho c}$ 热扩散率 / 热扩散系数 / 导热系数

柱坐标: $\rho c \frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda r \frac{\partial t}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial z} \right) + \dot{q}$

球坐标: $\rho c \frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda r^2 \frac{\partial t}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial \varphi} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\lambda \sin \theta \frac{\partial t}{\partial \theta} \right) + \dot{q}$

三类导热问题的边界条件

第一类: 规定边界上的温度值

第二类: 规定边界上的热流密度

第三类: 规定表面传热系数及周围流体温度

此外

辐射边界条件

界面连续边界条件: 两种材料接触面 温度相等, 热流密度相等

热扩散率 $a = \frac{\lambda}{\rho c}$ 的物理意义

$a = \frac{\lambda}{\rho c}$ ① λ 导热系数 $q = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x}$, λ 越大在相同温度梯度可传递更多热量 ② $\rho c \Delta t = cm \Delta t = cpv \Delta t$, 指单位体积物体

升高一度所需热量

ρc 越小, $\frac{\lambda}{\rho c}$ 越大, 温度升高 1°C 所需热量越少, 剩下更多热量向物体内部传递, 使物体内部点温度更快地随边界温度升高而升高

a 越大, 物体内部温度扯平的能力越大
温度变化传播的速度越大

典型一维稳态导热分析解

$$\text{由 } \rho c \frac{dt}{dt} = \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{dt}{dx} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{dt}{dy} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{dt}{dz} \right) \right] + \dot{\phi}$$

1. 单层平壁

$$\text{有 } \frac{d^2 t}{dx^2} = 0 \quad \frac{dt}{dx} = C_1 \quad t = C_1 x + C_2 \quad \begin{cases} C_2 = t_1 \\ \delta C_1 + C_2 = t_2 \end{cases}$$

$$\text{边界条件 } x=0 \quad t=t_1 \quad x=\delta \quad t=t_2$$

$$t = \frac{t_2 - t_1}{\delta} x + t_1 \quad \frac{dt}{dx} = \frac{t_2 - t_1}{\delta}$$

$$q = -\lambda \frac{dt}{dx} = \lambda \frac{(t_1 - t_2)}{\delta} \quad \phi = qA = \lambda A \frac{(t_1 - t_2)}{\delta}$$

$$\text{转移量} = \frac{\text{过程动力}}{\text{过程阻力}} \quad \phi = \frac{\Delta t}{\frac{\delta}{\lambda A}} \rightarrow \text{热阻}$$

2. 多层平壁

由热阻

$$q = \frac{t_1 - t_4}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3}}$$

λ_1	λ_2	λ_3
δ_1	δ_2	δ_3
t_1	t_2	t_3
		t_4

3. 单层圆筒壁

$$\text{由 } \rho c \frac{dt}{dt} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda r \frac{dt}{dr} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\lambda \frac{dt}{d\varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{dt}{dz} \right) + \dot{\phi}$$

$$\text{有 } \frac{d}{dr} \left(r \frac{dt}{dr} \right) = 0 \quad \text{两次积分} \quad t = C_1 \ln r + C_2 \quad \begin{matrix} r=r_1 & t=t_1 \\ r=r_2 & t=t_2 \end{matrix}$$

$$C_1 = \frac{t_2 - t_1}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \quad C_2 = t_1 - \frac{t_2 - t_1}{\ln(r_2/r_1)} \ln r_1 \quad \text{有 } t = t_1 + \frac{t_2 - t_1}{\ln(r_2/r_1)} \ln \left(\frac{r}{r_1} \right)$$

$$\frac{dt}{dr} = \frac{1}{r} \frac{t_2 - t_1}{\ln(r_2/r_1)} \quad q = -\lambda \frac{dt}{dr} = -\frac{\lambda}{r} \frac{t_2 - t_1}{\ln(r_2/r_1)} \quad \phi = 2\pi r l q = \frac{2\pi l \lambda (t_1 - t_2)}{\ln(r_2/r_1)} = \frac{\Delta t}{\frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi l \lambda}}$$

$$\text{多层 } \phi = \frac{t_1 - t_4}{\frac{\ln(d_2/d_1)}{2\pi l \lambda_1} + \frac{\ln(d_3/d_2)}{2\pi l \lambda_2} + \frac{\ln(d_4/d_3)}{2\pi l \lambda_3}}$$

久通过球壳导热

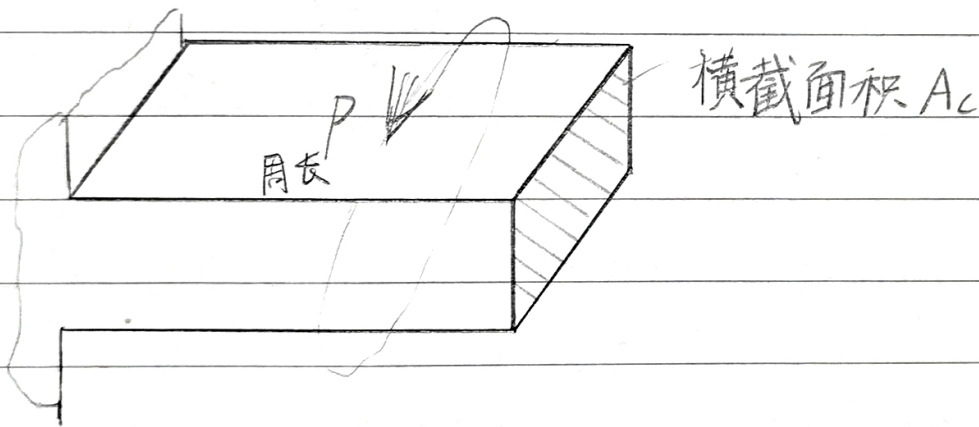
$$\text{由 } \rho c \frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda r^2 \frac{\partial t}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial \varphi} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\lambda \sin \theta \frac{\partial t}{\partial \theta} \right) + \dot{q}$$

$$\text{有 } \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda r^2 \frac{\partial t}{\partial r} \right) = 0 \quad \lambda r^2 \frac{\partial t}{\partial r} = C_1 \quad t = -\frac{C_1}{r} + C_2 \quad \text{同理}$$

$$\text{有 } t = t_2 + (t_1 - t_2) \frac{\frac{1}{r} - \frac{1}{r_2}}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}} \quad \phi = \frac{4\pi \lambda (t_1 - t_2)}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}} \quad R = \frac{1}{4\pi \lambda} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

通过肋片的导热

△ 等截面直肋导热



假设：① 导热系数 λ ，表面传热系数 h ，横截面积 A_c 为常数

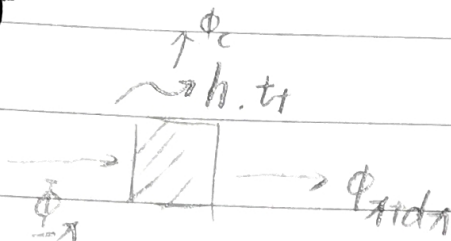
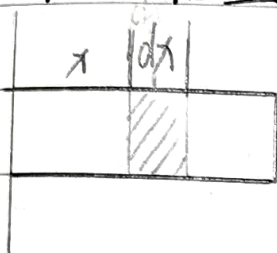
② 肋片沿 x 方向温度不变

③ 表面换热热阻 $\frac{1}{h}$ 远大于导热热阻 $\frac{\delta}{\lambda}$ ， x 方向温度不变

④ 顶端绝热， $\frac{\partial t}{\partial x} = 0$

一维稳态

法一：能量守恒推导



得到 = 失去

$$\Phi_x = \Phi_{x+dx} + \Phi_c$$

$$\Phi_x - \Phi_{x+dx} = \Phi_x - \left[\Phi_x + \frac{d\Phi_x}{dx} (x+dx-x) \right] = - \frac{d\Phi_x}{dx} dx$$

$$- \frac{d}{dx} \left(\lambda A_c \frac{dt}{dx} \right) dx = - \frac{d}{dx} \left(- \lambda A_c \frac{dt}{dx} \right) dx = \lambda A_c \frac{d^2 t}{dx^2} dx$$

$$\Phi_c = h p (t - t_f) dx$$

$$\text{有 } \lambda A_c \frac{d^2 t}{dx^2} dx = h p (t - t_f) dx$$

$$\frac{d^2 t}{dx^2} - \frac{h p}{\lambda A_c} (t - t_f) = 0$$

定解 $\begin{cases} x=0 \\ t=t_0 \end{cases} \quad \begin{cases} x=H \\ \frac{dt}{dx}=0 \end{cases}$

求解：

$$\frac{d^2 t}{dx^2} = \frac{h p}{\lambda A_c} (t - t_0) \quad \text{令 } \theta = t - t_0 \quad dt = d\theta$$

$$\text{令 } \frac{h p}{\lambda A_c} = m^2$$

$$\frac{d^2 \theta}{dx^2} = m^2 \theta \quad r^2 - m^2 = 0 \quad \therefore \theta = C_1 e^{m x} + C_2 e^{-m x}$$

$$r_1 = m \quad r_2 = -m$$

$$\text{代入 } x=0 \quad t=t_0 \quad \theta = t_0 - t_0 = \theta_0$$

$$C_1 + C_2 = \theta_0$$

$$x=H \quad \frac{dt}{dx} = \frac{d\theta}{dx} = 0$$

$$C_1 m e^{m H} - C_2 m e^{-m H} = 0$$

$$C_1 = \theta_0 \frac{e^{-m H}}{e^{m H} + e^{-m H}}$$

$$C_2 = \theta_0 \frac{e^{m H}}{e^{m H} + e^{-m H}}$$

$$\therefore \theta = \theta_0 \left[\frac{e^{-m H} \cdot e^{m x}}{e^{m H} + e^{-m H}} + \frac{e^{m H} \cdot e^{-m x}}{e^{m H} + e^{-m H}} \right] = \frac{\theta_0}{e^{m H} + e^{-m H}} \left[e^{-m H} e^{m x} + e^{m H} e^{-m x} \right]$$

$$\theta = \theta_0 \left[\frac{e^{m(\pi-H)} + e^{m(H-\pi)}}{e^{mH} + e^{-mH}} \right] \quad \begin{array}{l} \text{双曲正弦 } \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \\ \text{双曲余弦 } \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2} \end{array}$$

$$= \theta_0 \frac{\cosh[m(\pi-H)]}{\cosh[mH]} \quad (\cosh x)' = \sinh x \quad (\sinh x)' = \cosh x$$

$$\phi = -\lambda A_c \frac{dt}{dx} = -\lambda A_c \frac{d\theta}{dx} = -\lambda A_c \theta_0 m \frac{\sinh[m(\pi-H)]}{\cosh[mH]}$$

散入外界所有热量都要通过 $x=0$ $\phi_{x=0} = \lambda A_c \theta_0 m \tanh[mH]$

法二

$$\text{由 } \frac{d^2 t}{dx^2} + \phi = 0$$

肋片两侧面并非边界, 但存在散热, 可把损失热量折算为内热源中总散热量 $\phi_s = hA \Delta t = h(p dx)(t - t_\infty)$

$$\text{相应微元体积 } A dx \therefore \phi = -\phi_s / A dx = -\frac{hp(t - t_\infty)}{A_c}$$

$$\text{则可得 } \frac{d^2 t}{dx^2} = \frac{hp(t - t_\infty)}{\lambda A_c}$$

Δ 肋效率: 实际肋片实际散热量与假设整个处于肋基温度散热量

$$\eta_f = \frac{\lambda A_c \theta_0 m \tanh[mH]}{h p H \theta_0} = \frac{\tanh[mH]}{mH}$$

直肋

$$mH = \sqrt{\frac{hp}{\lambda A_c}} \cdot H = \sqrt{\frac{h \cdot 2\pi l (1+\delta)}{\lambda \delta}} H \approx \sqrt{\frac{2h}{\lambda \delta}} H = \sqrt{\frac{2h}{\lambda \delta}} H$$

环肋

$$\text{而 } mH = \frac{mH \cdot H^{\frac{3}{2}}}{H^{\frac{3}{2}}} = \sqrt{\frac{2h}{\lambda \delta H}} \cdot H^{\frac{3}{2}} \quad \delta H \text{ 为纵剖面积}$$

肋面总效率

肋片表面积 A_f . 肋片间根部面积 A_r

根部温度 t_0 $A_0 = A_f + A_r$ 流体温度 t_f

$$\begin{aligned} \text{则 } \phi &= A_r h (t_0 - t_f) + A_f h (t_0 - t_f) \cdot \eta_f = h (t_0 - t_f) [A_r + \eta_f A_f] \\ &= A_0 h (t_0 - t_f) \left[\frac{A_r + \eta_f A_f}{A_0} \right] = A_0 h (t_0 - t_f) \cdot \eta_0 \end{aligned}$$

$$\therefore \eta_0 = \frac{A_r + \eta_f A_f}{A_0} = \frac{A_r + \eta_f A_f}{A_r + A_f}$$

肋片的选择

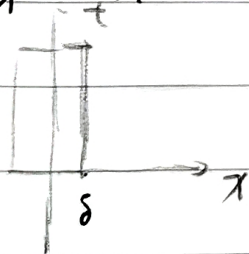
$$\phi = \frac{dt}{\frac{1}{A} \left(\frac{1}{h_i} + \frac{\delta_r}{\lambda_i} \right)}$$

名词解释

接触热阻: 两固体表面与真正接触相比存在空气增大了传热阻力. 称接触热阻

具有内热源的一维导热

$$\frac{d^2 t}{dx^2} + \frac{\dot{\phi}}{\lambda} = 0$$



$$\begin{cases} x=0 \\ \frac{dt}{dx}=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=\delta \\ -\lambda \frac{dt}{dx} = h(t - t_f) \end{cases}$$

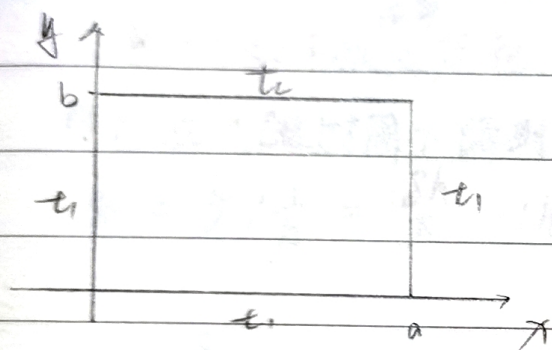
$$t = -\frac{\dot{\phi}}{2\lambda} (\delta^2 - x^2) + \frac{\dot{\phi}\delta}{h} + t_f$$

具有内热源的圆柱导热

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dt}{dr} \right) + \frac{\dot{\Phi}}{\lambda} = 0 \quad \begin{cases} r=0 \\ \frac{dt}{dr}=0 \end{cases} \quad \begin{cases} r=r_1 \\ t=t_1 \end{cases}$$

$$t = \frac{\dot{\Phi}}{4\lambda} (r_1^2 - r^2) + t_1$$

多维稳态导热问题



$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} = 0$$

$$t(0, y) = t_1 \quad t(x, 0) = t_1$$

$$t(a, y) = t_2 \quad t(x, b) = t_2$$

第三章 非稳态热传导的计算

第三类边界条件下 Bi 对温度分布的影响

规定表面传热系数 h 和 流体温度

$$\phi = \frac{\Delta t}{\frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{h}} \quad \begin{array}{l} \text{导热热阻 } \frac{\delta}{\lambda} \\ \text{对流换热热阻 } \frac{1}{h} \end{array}$$

一块厚 2δ 金属平板, 初始温度为 t_0 , 放到 t_{∞} 流体中冷却

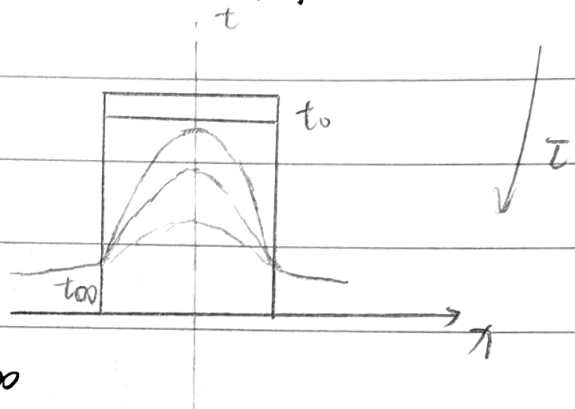
(1) $\frac{1}{h} \leq \frac{\delta}{\lambda}$

对表面对流换热热阻 $\frac{1}{h}$ 可忽略.

过程一开始平板^{表面}温度就冷却到 t_{∞}

内部温度随时间下降到 t_{∞}

$$Bi = \frac{\delta}{\lambda} / \frac{1}{h} = \frac{\delta h}{\lambda} \quad (h \rightarrow \infty) \quad Bi \rightarrow \infty$$

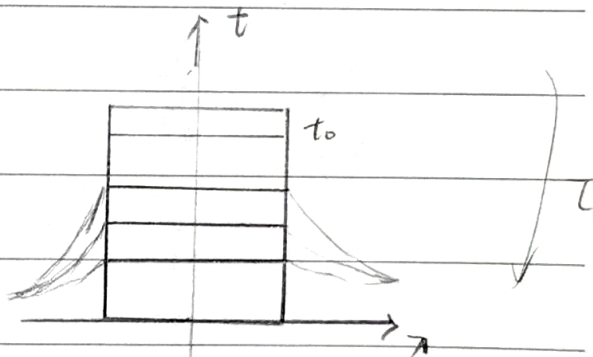


(2) $\frac{1}{h} \geq \frac{\delta}{\lambda}$

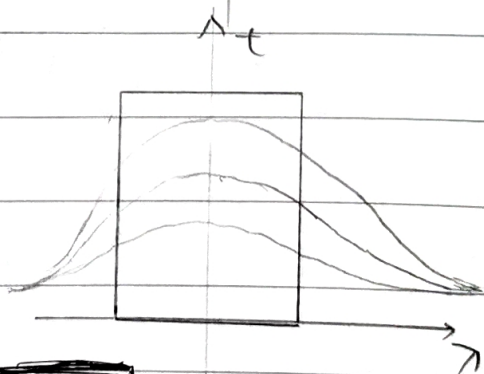
平板内部导热热阻可忽略

内部温度温度接近均匀

$$Bi = \frac{\delta}{\lambda} / \frac{1}{h} = \frac{\delta h}{\lambda} \quad (\lambda \rightarrow \infty) \quad Bi \rightarrow \infty$$



(3) $\frac{1}{h}$ 与 $\frac{\delta}{\lambda}$ 数值接近



$$Bi = \frac{\delta/\lambda}{1/h} = \frac{\delta h}{\lambda}$$

特征长度为平板

半厚

物理意义 物体内部导热热阻 $\frac{\delta}{\lambda}$ 与表面对流换热热阻 $\frac{1}{h}$ 之比

雷诺数 $Re = \frac{ul}{\nu}$

忽略物体内部导热热阻的简化分析方法

▲ 零维问题的分析解 —— 集中参数法 (被加热)

导热问题与坐标无关, 集中在原点

当物体内部的导热热阻远小于表面换热热阻, 任何时刻固体内部温度都趋于一致, 温度与坐标无关

$$\frac{\delta}{\lambda} \leq \frac{1}{h} \quad Bi = \frac{\delta h}{\lambda} \rightarrow 0$$

• 导热系数大 / 几何尺寸小 / 表面换热系数低

$$\rho C \frac{dt}{dt} = \lambda \left(\frac{d^2 t}{dx^2} + \frac{d^2 t}{dy^2} + \frac{d^2 t}{dz^2} \right) + \phi \quad \frac{dt}{dt} = \frac{\phi}{\rho C}$$

零维无几何边界, 界面交换热量折算成体积热源

有 $\phi V = hA(t_{\infty} - t) \quad \phi = \frac{hA(t_{\infty} - t)}{V}$

• 有 $\frac{dt}{dt} = \frac{hA(t_{\infty} - t)}{\rho V C} \quad \text{令 } \theta = t - t_{\infty} \quad \frac{d\theta}{dt} = - \frac{hA\theta}{\rho V C}$

$$\frac{d\theta}{\theta} = - \frac{hA}{\rho C V} dt \quad \text{当 } t=0 \text{ 时 } \theta = \theta_0 \quad \int_{\theta_0}^{\theta} \frac{d\theta}{\theta} = - \int_0^t \frac{hA}{\rho C V} dt$$

有 $\ln \frac{\theta}{\theta_0} = - \frac{hA}{\rho C V} t \quad \frac{\theta}{\theta_0} = \frac{t - t_{\infty}}{t_0 - t_{\infty}} = \exp\left(- \frac{hA}{\rho C V} t\right)$

$\frac{V}{A} = l_c$ 特征长度

$$\frac{hA}{\rho C V} t = \frac{h}{\rho C l_c} t \quad \text{由 } a = \frac{\lambda}{\rho C} \quad \frac{h}{\lambda l_c} \cdot \frac{\lambda}{\rho C} t = \frac{l_c h}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{\rho C} \cdot \frac{t}{l_c^2} = Bi \cdot \frac{at}{l_c^2} = Bi \cdot Fo$$

则 $\left[\frac{\theta}{\theta_0} = \exp(-Bi \cdot Fo) \right] \quad Bi = \frac{hl_c}{\lambda} \quad Fo = \frac{at}{l_c^2}$

导热量计算式, 时间常数与傅利叶数

$$\frac{dt}{d\tau} = \frac{\phi}{\rho c V} \quad \phi = \rho c V \frac{dt}{d\tau} = h \bar{A} (t_{\infty} - t) = \frac{(t_{\infty} - t)}{t_{\infty} - t_0} h A (t_{\infty} - t_0)$$

$$= \frac{\theta}{\theta_0} h A (t_{\infty} - t_0) = h A (t_{\infty} - t_0) \cdot e^{-Bi \cdot Fo}$$

$$Q = \int_0^{\tau} \phi d\tau = (t_{\infty} - t_0) h A \int_0^{\tau} e^{-\frac{hA}{\rho c V} \tau} d\tau = (t_{\infty} - t_0) \rho c V \left[1 - e^{-\frac{hA}{\rho c V} \tau} \right]$$

时间常数 当 $\tau = \tau_c = \frac{\rho c V}{hA}$ $\frac{\theta}{\theta_0} = e^{-1}$

$$Fo = \frac{\tau}{\tau_c / a} = \frac{\tau a}{\tau_c^2}$$

分子 τ 指从边界开始发生热扰动到所计算时刻为止的时间间隔
分母 $\frac{\tau_c^2}{a}$ 为边界发生的有限热扰动穿过定厚固体扩散到 l_c^2 面积所需的时间

表征非稳态过程进行深度的无量纲时间

时间越大, 热扰动越深入内部, 内各点温度越接近介质

特征长度: $l = \delta$ 厚 2δ 的平板

$l = R$ 圆柱圆球

第四章 热传导计算的数值解法

内节点离散方程建立方法

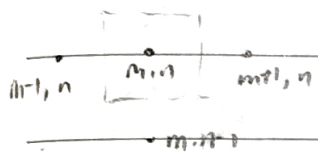
(1) 泰勒展开法: 用数学角度将偏微分方程化为代数方程, 简单

(2) 热平衡法: 用傅利叶导热定律 + 能量守恒转变, 具有明确物理意义

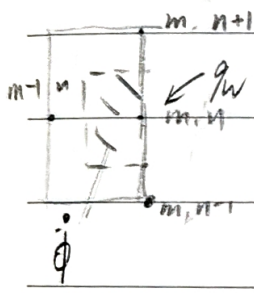
$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} = 0 \Rightarrow \frac{t_{m+1,n} - 2t_{m,n} + t_{m-1,n}}{\Delta x^2} + \frac{t_{m,n+1} - 2t_{m,n} + t_{m,n-1}}{\Delta y^2} = 0$$

中心差分

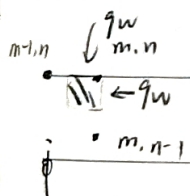
热平衡法 众矢之的



$$\lambda \frac{t_{m-1,n} - t_{m,n}}{\Delta x} \Delta y + \lambda \frac{t_{m+1,n} - t_{m,n}}{\Delta x} \Delta y + \lambda \frac{t_{m,n+1} - t_{m,n}}{\Delta y} \Delta x + \lambda \frac{t_{m,n-1} - t_{m,n}}{\Delta y} \Delta x = 0$$



$$\lambda \frac{t_{m-1,n} - t_{m,n}}{\Delta x} \Delta y + \lambda \frac{t_{m,n+1} - t_{m,n}}{\Delta y} \frac{\Delta x}{2} + \lambda \frac{t_{m,n-1} - t_{m,n}}{\Delta y} \frac{\Delta x}{2} + \dot{\phi} \cdot \Delta y \cdot \frac{\Delta x}{2} + q_w \cdot \Delta y = 0$$



$$\lambda \frac{t_{m-1,n} - t_{m,n}}{\Delta x} \cdot \frac{\Delta y}{2} + \lambda \frac{t_{m,n+1} - t_{m,n}}{\Delta y} \cdot \frac{\Delta x}{2} + \dot{\phi} \frac{\Delta x}{2} \frac{\Delta y}{2} + q_w \left(\frac{\Delta x}{2} + \frac{\Delta y}{2} \right) = 0$$

非稳态的离散方程建立方法

由 $\rho c \frac{\partial t}{\partial \tau} = \lambda \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \right)$ $\frac{\partial t}{\partial \tau} = \alpha \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \right)$

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{t_n^{(i+1)} - t_n^{(i)}}{\Delta \tau}$$

向前差分

显式差分 and 隐式差分

由 $\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 t}{\partial x^2}$

扩散项取中心差分, 非稳态取向向前差分

$$\frac{t_n^{i+1} - t_n^i}{\Delta \tau} = a \frac{t_{n+1}^i - 2t_n^i + t_{n-1}^i}{\Delta x^2}$$

显式差分, 可直接求出 t_n^{i+1}

对时间步长有限制

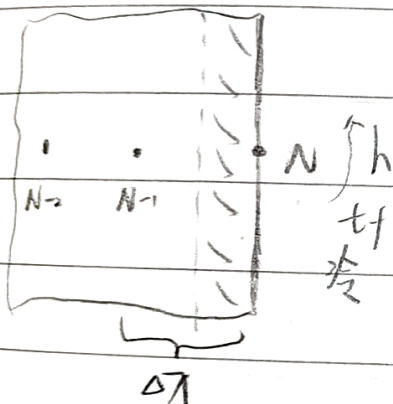
$$t_n^{i+1} = \frac{a \Delta \tau}{\Delta x^2} (t_{n+1}^i + t_{n-1}^i) + \left(1 - 2 \frac{a \Delta \tau}{\Delta x^2}\right) t_n^i$$

$\frac{a \Delta \tau}{\Delta x^2} = F_{0\Delta}$ 网格傅利叶数

隐式差分 $\frac{t_n^{i+1} - t_n^i}{\Delta \tau} = a \frac{t_{n+1}^{i+1} - 2t_n^{i+1} + t_{n-1}^{i+1}}{\Delta x^2}$

已知 t_n^i 不能直接求出 t_n^{i+1}

不存在振荡问题



$cm_{st} = \text{从矢之的}$

$$c_p \frac{\Delta x}{2} \frac{t_N^{i+1} - t_N^i}{\Delta \tau} = \lambda \frac{t_{N-1}^i - t_N^i}{\Delta x} + h(t_f - t_N^i)$$

↓

$$t_N^{i+1} = \frac{2\lambda \Delta \tau}{pc \Delta x^2} (t_{N-1}^i - t_N^i) + \frac{2h \Delta \tau}{pc \Delta x} (t_f - t_N^i) + t_N^i$$

$$= t_N^i \left(1 - \frac{2\lambda \Delta \tau}{pc \Delta x} - \frac{2h \Delta \tau}{pc \Delta x}\right) + \frac{2\lambda \Delta \tau}{pc \Delta x} t_{N-1}^i + \frac{2h \Delta \tau}{pc \Delta x} t_f$$

$$\frac{2\lambda \Delta \tau}{pc \Delta x} = \frac{2a \Delta \tau}{\Delta x^2} = 2F_{0\Delta} \quad \frac{h \Delta \tau}{pc \Delta x} = \frac{\lambda}{pc} \frac{h \Delta \tau}{\lambda \Delta x} = \frac{h a \Delta \tau}{\lambda \Delta x} = 2 \frac{h \lambda}{\lambda} \cdot \frac{a \Delta \tau}{\Delta x^2} = 2Bi_{\Delta} \cdot F_{0\Delta}$$

$$t_N^{i+1} = t_N^i (1 - 2F_{0\Delta} - 2F_{0\Delta} Bi_{\Delta}) + 2F_{0\Delta} t_{N-1}^i + 2F_{0\Delta} Bi_{\Delta} t_f$$

显式差分的稳定性

$$t_N^{i+1} = t_N^i (1 - 2F_{0\Delta} - 2F_{0\Delta} B_{i\Delta}) + 2F_{0\Delta} t_{N-1}^i + 2F_{0\Delta} B_{i\Delta} t_f$$

$$1 - 2F_{0\Delta} - 2F_{0\Delta} B_{i\Delta} > 0 \quad \boxed{F_{0\Delta} \leq \frac{1}{2(B_{i\Delta} + 1)}}$$

忽略流体做功, 焓, 动能变化. 有

$$\phi = \frac{\partial U}{\partial t} + (\dot{q}_m)_{out} h_{out} - (\dot{q}_m)_{in} h_{in}.$$

$$\text{又 } \phi = \rho C \frac{\partial t}{\partial t} = \lambda \left(\frac{\partial^2 x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 y}{\partial y^2} \right)$$

对于 焓 $H_x = \rho C_p u t dy$

由二元泰勒 $H_{x+dx} = \rho C_p \left(t + \frac{\partial t}{\partial x} dx \right) \left(u + \frac{\partial u}{\partial x} dx \right) dy,$

$$H_{x+dx} - H_x = \rho C_p \left(u \frac{\partial t}{\partial x} + t \frac{\partial u}{\partial x} \right) dx dy$$

$$H_{y+dy} - H_y = \rho C_p \left(v \frac{\partial t}{\partial y} + t \frac{\partial v}{\partial y} \right) dx dy$$

$$\text{则 } (\dot{q}_{out})_{h_{out}} - \dot{q}_{min} - h_{in} = \rho C_p \left[u \frac{\partial t}{\partial x} + t \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial t}{\partial y} + t \frac{\partial v}{\partial y} \right] dx dy$$

由 $t \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0$ 由质量守恒方程 $* \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$

$$\text{有 } \rho C_p \left(\frac{\partial t}{\partial t} + u \frac{\partial t}{\partial x} + v \frac{\partial t}{\partial y} \right) = \lambda \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \right)$$

$$\frac{\partial t}{\partial t} + u \frac{\partial t}{\partial x} + v \frac{\partial t}{\partial y} = \frac{\lambda}{\rho C_p} \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \right).$$

时间项

热传导而净导入热量: 扩散项

流体流出入净带走热量: 对流项

$$\text{当 } u, v = 0 \quad \frac{\partial t}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho C_p} \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \right).$$

对流换热问题完整数学描写

三维, 不可压缩, 无内热源, 常物性

质量守恒方程 $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$

能量守恒方程 $\frac{\partial t}{\partial \tau} + u \frac{\partial t}{\partial x} + v \frac{\partial t}{\partial y} + w \frac{\partial t}{\partial z} = \frac{\lambda}{\rho c_p} \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right)$

N-S方程

动量守恒方程 (η 动力粘度系数 ν 运动粘度系数 $\eta = \rho \nu$)

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{F_x}{\rho} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)$$

$$\frac{\partial v}{\partial \tau} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{F_y}{\rho} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right)$$

$$\frac{\partial w}{\partial \tau} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{F_z}{\rho} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right)$$

质量力(重力等)

对流层型对流换热问题的数学描写

薄层外切应力可忽略 ($u \frac{\partial u}{\partial x}$). 在薄层内, 用边界层方程求解

流动边界层: 在固体表面附近流体速度发生剧烈变化的薄层

达到来流速度 99% 时的距离 y 为流动边界层厚度 δ

δ 也是 x 的函数 $\delta(x)$

雷诺数 $Re = \frac{uL}{\nu}$

对于外掠平板 $Re_c = \frac{u_{\infty} L_c}{\nu} \leq 5 \times 10^5$ 层流

$$\cancel{\frac{\partial u}{\partial \tau}} + u \cancel{\frac{\partial u}{\partial x}} + v \cancel{\frac{\partial u}{\partial y}} + w \cancel{\frac{\partial u}{\partial z}} = \cancel{\frac{F_x}{\rho}} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \cancel{\nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)}$$

二维, 稳态, 忽略质量力, x 方向 u 的二阶导

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

热边界层及热边界层能量方程

在壁面附近, 流体温度在法线方向发生剧烈变化, 薄层外变化极小

δ_t : 过余温度为来流过余温度的99%厚度为边界

热边界层 δ_t 流动边界层 δ 数量级相当

数量级分析法基础

$$\delta \ll l \quad \delta \sim \delta_t \quad x \sim l \quad y \sim \delta \quad u \sim u_\infty$$

$$\text{由 } \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad v \sim \frac{u_\infty \delta}{l} \quad \text{“偏”不管它}$$

$$\text{则 } u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)$$

$$\frac{u_\infty^2}{l} \quad \frac{u_\infty^2 \delta}{l^2} \quad \nu \frac{u_\infty}{l^2} \quad \nu \frac{u_\infty}{\delta^2} \Rightarrow \text{同除 } \frac{u_\infty^2}{l}$$

1

1

$$\frac{\nu}{u_\infty l} \frac{1}{Re} \quad \frac{\nu}{u_\infty^2 l} \frac{l^2}{\delta^2} \frac{1}{Re} \left(\frac{l}{\delta} \right)^2$$

$$\text{有 } u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

流动边界层内
动量方程

对动量守恒分析 $\rightarrow$ 得流动边界层

对能量守恒分析

$$u \frac{\partial t}{\partial x} + v \frac{\partial t}{\partial y} = a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \right)$$

$$\text{得 } u \frac{\partial t}{\partial x} + v \frac{\partial t}{\partial y} = a^2 \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \quad \text{热边界层能量方程}$$

$$\delta \sim \sqrt{Re \lambda}$$

流体外掠平板传热分析解

默认 $\frac{\partial T}{\partial x} = 0$

可通过不用掌握过程的方法解出。

① 离开前缘 x 处边界层厚度 $\frac{\delta}{x} = \frac{5}{\sqrt{Re_x}}$

② 范宁局部摩擦系数 $C_f = \frac{0.664}{\sqrt{Re_x}}$

③ 流动边界层与热边界层厚度之比 $\frac{\delta}{\delta_t} = Pr^{\frac{1}{3}}$

④ 局部表面传热系数 $h_x = 0.322 \frac{\lambda}{x} Re_x^{\frac{1}{2}} Pr^{\frac{1}{3}}$

雷诺数 $Re = \frac{ul}{\nu}$

普朗特数 $Pr = \frac{\nu}{\alpha}$

流体动量扩散与温度扩散能力之比

由④ $\frac{h_x x}{\lambda} = 0.322 Re_x^{\frac{1}{2}} Pr^{\frac{1}{3}}$

努塞尔数 $Nu_x = \frac{h_x x}{\lambda}$

$$\frac{1}{x} \int_0^x x^{\frac{1}{2}} dx = \frac{2}{\sqrt{x}}$$

对④积分求平均值 $\frac{1}{x} \int_0^x h_x dx = h_l = 0.664 Re_x^{\frac{1}{2}} Pr^{\frac{1}{3}} = Nu_l$

相似原理

若两流体运动现象相似, 其雷诺数 $Re = \frac{ul}{\nu}$ 一定相同

格拉晓夫数 $Gr = \frac{g \Delta t l^3}{\nu^2}$

内部强制对流实验关联式

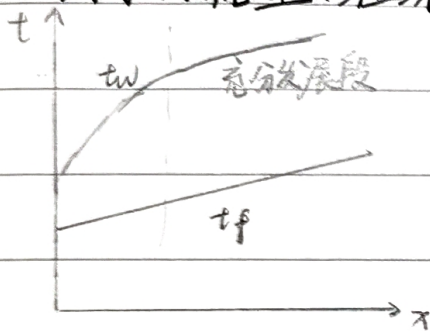
管内临界雷诺数 $Re = 2300$

入口段：流体从大空间进入一根圆管时，流动边界层和热边界层有一个从零开始直到汇合于管子中心线的过程。

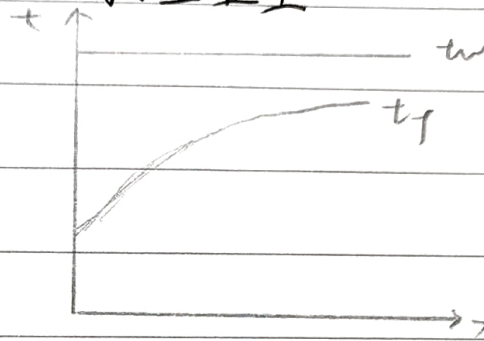
入口段边界层较薄，表面传热系数高，强化传热。

两种典型热边界条件

均匀热流型（缠绕电阻丝）



均匀壁温型



流体平均温度及流体与壁面平均温差

在均匀壁温中， $t_w - t_f$ 不断变化 $h_m A \Delta t_m = C_m \Delta t_f$

Δt_m 可取 算术平均 $t_w - \frac{1}{2}(t_{f1} + t_{f2})$
对数平均 $(t_{f2} - t_{f1}) / \ln \frac{t_w - t_{f1}}{t_w - t_{f2}}$

管槽内湍流强制对流传热关联式

① 常规流体

$$Nu_f = 0.023 Re_f^{0.8} Pr_f^n$$

加热流体 $n = 0.4$

冷却流体 $n = 0.3$

② 当量直径 $d = \frac{4A_c}{P}$

流体横掠单管、球、管束

没有要背的公式

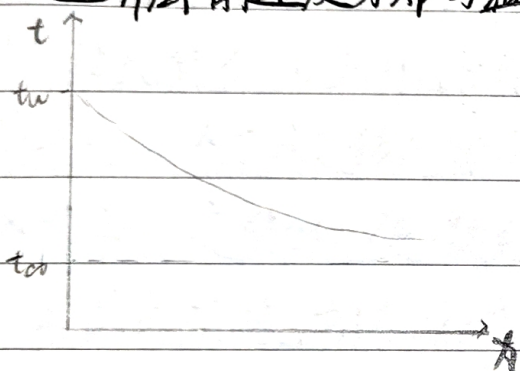
横掠管束

叉排：扰动大，破坏边界层，强化传热

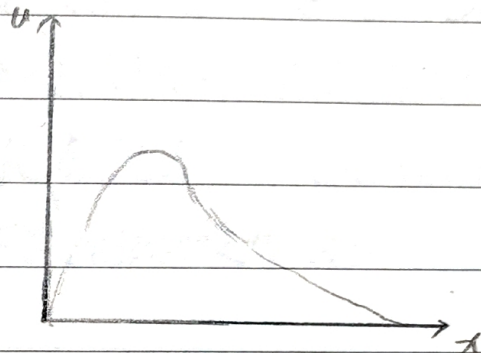
顺排：可冲洗管束

大空间与有限空间自然对流传热

边界层的速度分布与温度分布



贴壁处温度 = 壁面温度



贴壁处由粘性 $u=0$

远处温度均匀 $u \rightarrow \infty$

格拉晓夫数

$$Gr = \frac{g \alpha \Delta t l^3}{\nu^2}$$

浮升力与黏滞力比值

$$\alpha = \frac{1}{T}$$

相变对流传热的计算

凝结传热的模式

珠状凝结, 膜状凝结

膜状凝结时液膜是主要热阻

强化传热主要途径是减薄液膜厚度

膜状凝结的影响因素

1. 不凝结气体

★ 蒸气中含有不凝结气体, 在靠近冷液膜侧, 蒸气凝结分压下降, 不凝结气体分压上升, 蒸气在接触冷液膜前^①要以打散的方式穿过聚集于此的*不凝结气体层, 增加了传热阻力^②蒸气分压下降使相应饱和温度降低, 使凝结动力 Δt 下降, 削弱凝结动力

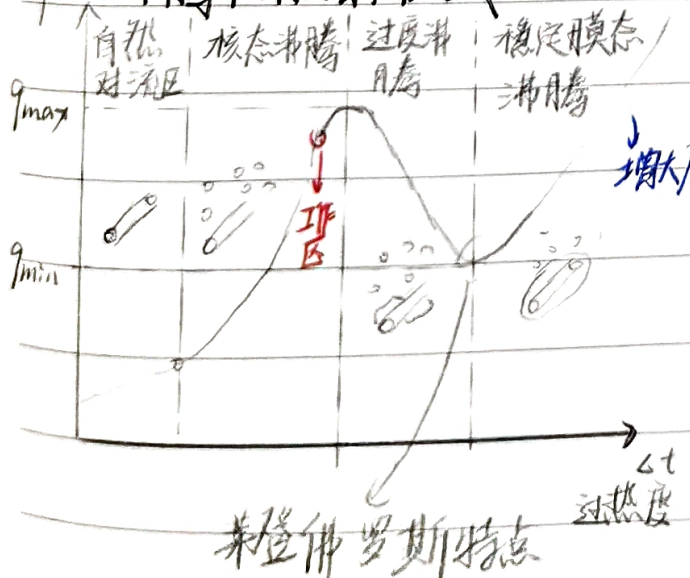
2. 蒸气流速, 方向, 过热度等

膜状凝结强化原则和技术 横管换热强

· 横管换热强

· 在制冷剂的冷凝器中, 主要热阻在制冷剂侧

沸腾传热的模式



核态沸腾: 温差小, 传热强

气化核心扰动增加, 换热强
增大原因: 温差 + 辐射强

热辐射基本定律和物体的辐射特性

· 由于热的原因而产生的电磁波辐射称为热辐射

热辐射传递特点:

① 不需要其他介质存在, 在真空中效率最高

② 吸收与发射过程中发生电磁能和热能形式转换

可见光波段 $0.38 \sim 0.76 \mu m$

太阳温度 $5800 K$

热辐射波段 $0.1 \sim 100 \mu m$

吸收比, 反射比, 穿透比

$$Q = Q_a + Q_p + Q_t \quad \frac{Q_a}{Q} + \frac{Q_p}{Q} + \frac{Q_t}{Q} = 1 \quad \alpha + \rho + \tau = 1$$

对固体、液体 $\tau \approx 0$ $\alpha + \rho = 1$

对液体 $\rho \approx 0$ $\alpha + \tau = 1$

冬天晴朗的夜晚, 天空有效辐射温度较低, 使地球表面向天空的辐射散热增加, 地面温度下降较多, 地面会结霜

黑体热辐射基本定律

斯特藩-玻尔兹曼定律

单位时间 单位表面积 向其上的 半球空间的所有方向 辐射出去的 全部波长范围 的能量 称为辐射力 W/m^2

E 辐射力 等同导热中的 q W/m^2

对于黑体辐射力 E_b $E_b = \sigma T^4$ $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} W/m^2 \cdot K^4$

光谱辐射力

单位时间 单位表面积 在其上的半球空间所有方向辐射出去的能量 包含入在内的单位波长 的能量 称为光谱辐射力 W/m^3

$$E_{b\lambda} = \frac{C_1 \lambda^{-5}}{e^{C_2/\lambda T} - 1}$$

韦恩位移定律

光谱辐射力最大处的 λ_m 满足 $\lambda_m T = 2.9 \times 10^{-3} m \cdot K$

$$E_b = \int_0^\infty E_{b\lambda} d\lambda \quad E_{b(0-\lambda)} = \int_0^\lambda E_{b\lambda} d\lambda$$

兰贝特定律

后面再学

立体角 $\Omega = \frac{A_c}{r^2}$

$$d\Omega = \frac{dA_c}{r^2}$$

定向辐射强度

半球空间辐射力 $E_b = I_b \pi$

固液辐射特性

$$\varepsilon = \frac{E}{E_b}$$

$$\bar{E} = \varepsilon \sigma T^4$$

ε : 发射率, 又称黑度 只与自身有关

光谱辐射力 $\varepsilon(\lambda) = \frac{E_\lambda}{E_{b\lambda}}$

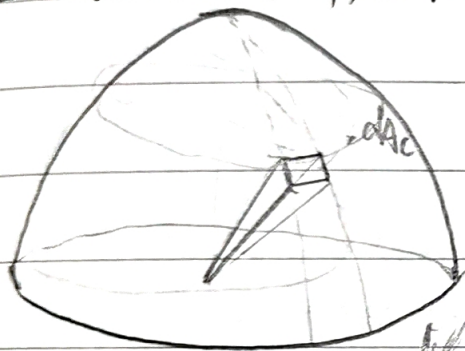
$$\varepsilon = \frac{\int_0^\infty \varepsilon(\lambda) E_{b\lambda} d\lambda}{\sigma T^4}$$

兰贝特定律

① 引入立体角 $\Omega = \frac{A_c}{r^2}$ $d\Omega = \frac{dA_c}{r^2}$

与高数相反, φ 为经度角, θ 为纬度角

相同纬度角的情况下 dA 黑体向不同经度方向单位立体角辐射能量相等 $\therefore$ 必须研究辐射按不同纬度角分布规律



$$dA_c = r \cdot d\theta \cdot r \sin \theta d\varphi = r^2 \sin \theta d\theta d\varphi$$

$$r \sin \theta \cdot d\varphi \quad d\Omega = \frac{dA_c}{r^2} = \sin \theta d\theta d\varphi$$

② 引入定向辐射强度

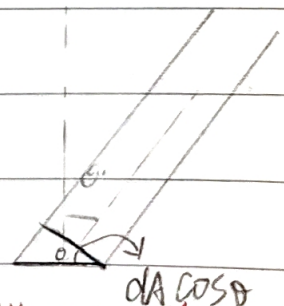
设面积为 dA 的黑体微元, 向纬度角为 θ 的立体角 $d\Omega$ 辐射的能量为 $d\phi(\theta)$.

$$\frac{d\phi(\theta)}{dA d\Omega} = I \cos \theta$$

$$\frac{d\phi}{dA \cos \theta d\Omega} = I$$

I 为常数, 与 θ 无关

$dA \cos \theta$ 为可见面积



定向辐射强度 单位时间, 单位可见辐射面积, 向指定方向单位立体角内的辐射的能量称为定向辐射强度

兰贝特定律

黑体单位面积辐射出能量与角度有关

黑体定向辐射强度为常量, 与空间无关

$$\text{由 } \frac{d\phi}{dA d\Omega} = I \cos\theta \quad \frac{d\phi}{dA} = I d\Omega \cos\theta \quad d\Omega = \sin\theta d\varphi d\theta$$

$$\frac{d\phi}{dA} = I \sin\theta \cos\theta d\varphi d\theta$$

$$E_b = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\theta \cos\theta d\theta = I_b \pi$$

辐射力数值上等于定向辐射强度 π 倍 $\rightarrow$ 漫射表面 + 黑体

实际物体对辐射能的吸收与辐射关系

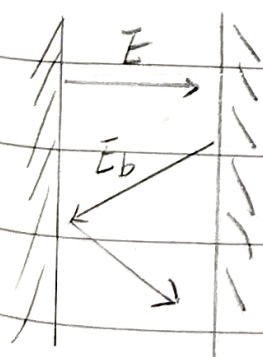
吸收比 α 与自身与外界都有关

光谱吸收比: 对特定波长的吸收比 $\alpha(\lambda)$

温室效应

▲ 玻璃对波长小于 $3\mu\text{m}$ 的辐射能穿透比很大, 从而使大部分太阳辐射进入暖房; 暖房中的物体温度比较低, 其辐射能大多位于波长大于 $3\mu\text{m}$ 的红外范围, 玻璃对于波长大于 $3\mu\text{m}$ 的辐射能穿透比很小, 从而阻止了辐射能向暖房外的散失

基尔霍夫定律



板2吸收 αE_b $q = E - \alpha E_b$ 当 $T_1 = T_2$

$$\alpha = \frac{E}{E_b}$$

热平衡时, 任意物体对黑体投入辐射的吸收比
等于同温度下该物体发射率

$$\boxed{\alpha = \frac{E}{E_b} = \epsilon}$$

T_2 T_1
黑体

★ 辐射传热的计算

角系数

表面1发出的辐射能中落到表面2的百分数称为表面1对表面2的角系数，记为 $\chi_{1,2}$

假定：① 所研究的表面是漫射

② 所研究表面的不同地点上向外发射的辐射热流密度均匀

假定下，角系数是几何因子。

角系数的性质

(1) 相对性

$$A_1 \chi_{1,2} = A_2 \chi_{2,1}$$

(2) 完整性

$$\chi_{1,1} + \chi_{1,2} + \dots + \chi_{1,n} = \sum_{i=1}^n \chi_{1,i} = 1$$

① 表面为非凹表面时 $\chi_{a,a} = 0$

两个黑体的换热量 $\phi_{1,2} = A_1 E_{b1} \chi_{1,2} - A_2 E_{b2} \chi_{2,1}$

(3) 可加性

2a

$$A_1 E_{b1} \chi_{1,2} = A_1 E_{b1} \chi_{1,2a} + A_1 E_{b1} \chi_{1,2b}$$

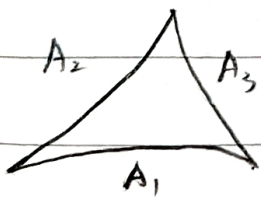
2b

$$\Rightarrow \chi_{1,2} = \chi_{1,2a} + \chi_{1,2b}$$

$$A_2 E_{b2} \chi_{2,1} = A_{2a} E_{b2} \chi_{2a,1} + A_{2b} E_{b2} \chi_{2b,1}$$

$$\chi_{2,1} = \frac{A_{2a}}{A_2} \chi_{2a,1} + \frac{A_{2b}}{A_2} \chi_{2b,1} \quad A_2 \chi_{2,1} = A_{2a} \chi_{2a,1} + A_{2b} \chi_{2b,1}$$

计算角系数的方法 A_1, A_2, A_3 已知

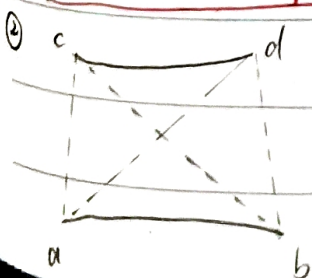


完整性 $\chi_{1,2} + \chi_{1,3} = 1 \quad \chi_{2,1} + \chi_{2,3} = 1 \quad \chi_{3,1} + \chi_{3,2} = 1$

相对性 $A_1 \chi_{1,3} = A_3 \chi_{3,1} \quad A_1 \chi_{1,2} = A_2 \chi_{2,1} \quad A_2 \chi_{2,3} = A_3 \chi_{3,2}$

6方程6未知数 可解 $\chi_{1,2} \chi_{1,3} \chi_{2,3} \chi_{2,1} \chi_{3,1} \chi_{3,2}$

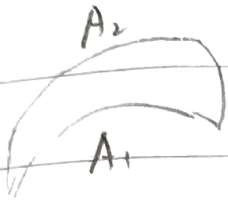
$$\chi_{1,2} = \frac{l_1 + l_2 - l_3}{2l_1}$$



$$\chi_{1,2} = \frac{\text{交叉线之和} - \text{不交叉线之和}}{2 \times A_1 \text{断面长度}}$$

辐射 两封闭表面系统的传热

黑体



$$\phi_{1,2} = A_1 \bar{E}_{b1} \chi_{1,2} - A_2 \bar{E}_{b2} \chi_{2,1}$$

$$\text{由 } A_1 \chi_{1,2} = A_2 \chi_{2,1}$$

$$= A_1 \chi_{1,2} (\bar{E}_{b1} - \bar{E}_{b2})$$

$$= A_2 \chi_{2,1} (\bar{E}_{b1} - \bar{E}_{b2})$$

$$= \frac{\sigma T_1^4 - \sigma T_2^4}{\frac{1}{A_1 \chi_{1,2}}}$$

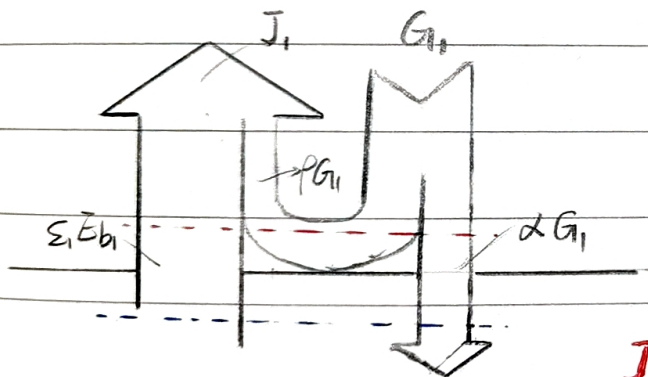
有效辐射

G : 单位时间投入到单位面积上的总辐射能

J : 单位时间离开表面单位面积的总辐射能

包括自身辐射 E 和反射部分 $G = \rho G = (1-\alpha)G$

$$J = E + \rho G = \varepsilon E_b + (1-\alpha)G$$



$$\text{则 } q = J_1 - G_1 = E_1 - \alpha G_1$$

消去 G_1

$$J = \frac{1}{\alpha} E_1 - \frac{1-\alpha}{\alpha} q$$

$$\alpha = \varepsilon$$

$$J = E_b - (\frac{1}{\varepsilon} - 1)q$$

考试自己推, 题不一样公式不一样

对于漫灰体



$$\phi_{1,2} = A_1 J_1 \chi_{1,2} - A_2 J_2 \chi_{2,1}$$

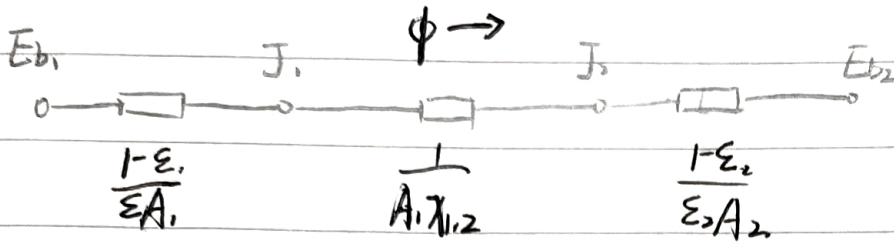
$$\text{可得 } \phi_{1,2} = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 \chi_{1,2}} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}}$$

度
J

多表面系统的辐射传热 ★

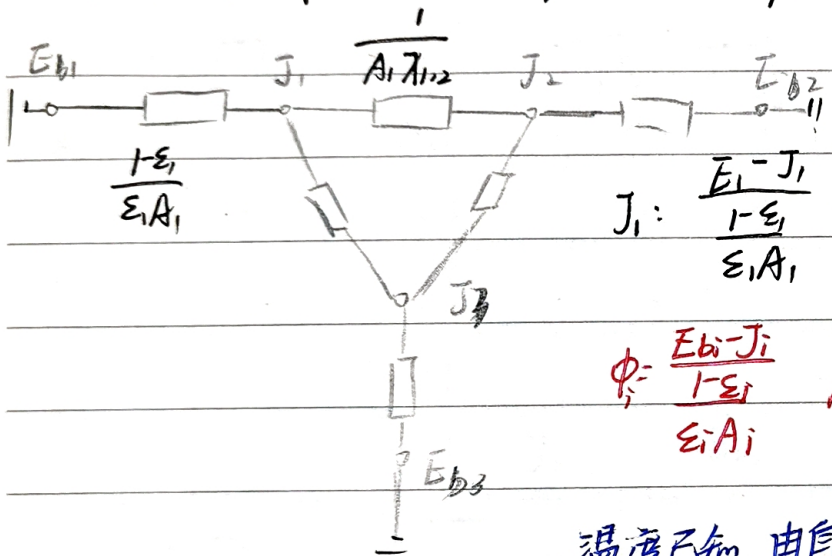
表面辐射热阻 $\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon A}$

空间辐射热阻 $\frac{1}{A_1 \chi_{1,2}}$



ϕ 视为电流 E_b 为电动势 J 为节点电压

节点方程列法 (流入节点 = 流出节点) (众矢之的)



$$J_1: \frac{E_{b1} - J_1}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1}} + \frac{J_2 - J_1}{\frac{1}{A_1 \chi_{1,2}}} + \frac{J_3 - J_1}{\frac{1}{A_1 \chi_{1,3}}} = 0$$

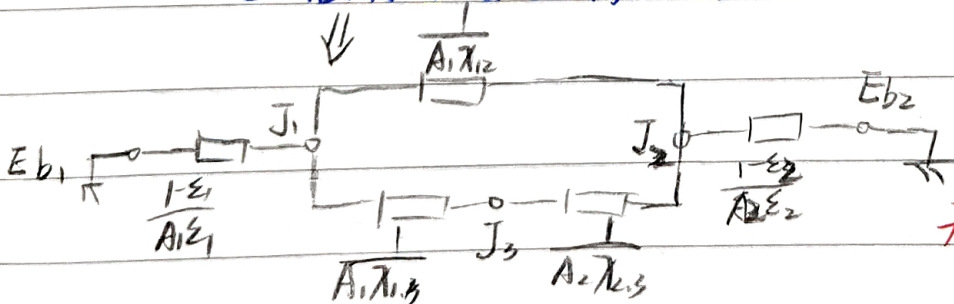
$$\phi_i = \frac{E_{b1} - J_1}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1}} \quad A_i \text{ 表面的净辐射换热量}$$

温度已知, 由自己决定

特例: ① 表面为黑体 $\varepsilon=1$ $\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon A}=0$ $\therefore E_{bi}=J_i$ 接地

② 表面绝热 $q=0$ $J=E_b - (\frac{1}{\varepsilon}-1)q = E_b$ 不接地

重辐射面: 温度未知, 由其他2个面决定



定义

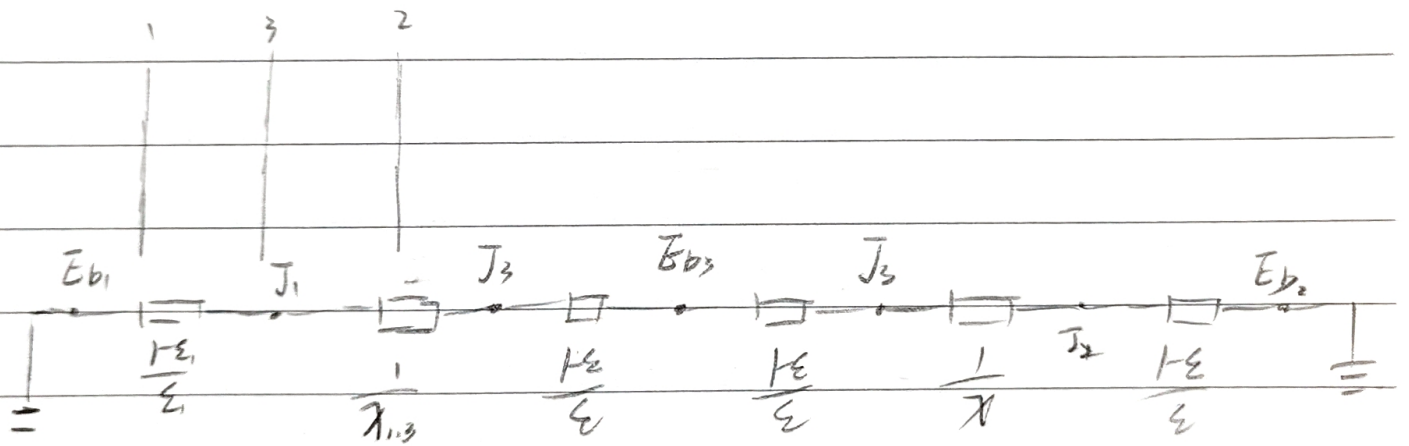
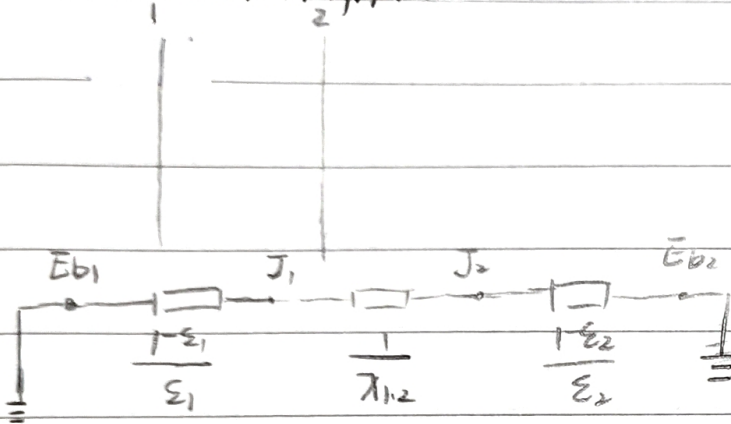
辐射传热中, 表面温度未定, 净辐射传热量为0 的表面

气体辐射的特点

① 气体辐射对被长有选择性

② 气体辐射和吸收在整个容器中进行

遮热板的作用原理



$$\phi' = \frac{1}{2} \phi$$

二、临界绝缘直径

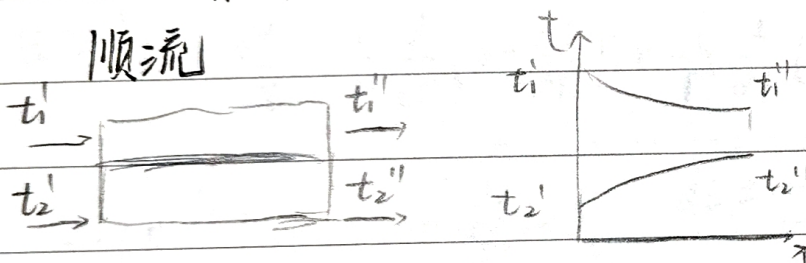
对于圆柱，增加保温层，散热量先增大后减小

$$\phi = \frac{\pi l \Delta t}{\frac{1}{h_i d_i} + \frac{\lambda}{2\lambda} \ln \frac{d_o}{d_i} + \frac{1}{h_o d_o}} \quad \frac{d\phi}{dd} = - \frac{\pi l \Delta t (\frac{1}{2\lambda d} - \frac{1}{h_o d^2})}{1} = 0$$

$$\boxed{d = \frac{2\lambda}{h_o}} \Rightarrow \frac{h_o d_o}{\lambda} = 2 = Bi \quad Bi > 2 \text{ 时散热随 } d \text{ 增加而减小}$$

三、换热器传热过程

规定角标 1 为热流体，角标 2 为冷流体 “进口” “出口”



$$\Delta t = t_1 - t_2 \quad d\phi = k \Delta t dA$$

$$d\phi = -q_{m1} C_1 dt_1 \quad d\phi = q_{m2} C_2 dt_2$$

$$dt_1 = -d\phi / q_{m1} C_1 \quad dt_2 = d\phi / q_{m2} C_2$$

$$d\Delta t = dt_1 - dt_2 = -(\frac{1}{q_{m1} C_1} + \frac{1}{q_{m2} C_2}) d\phi = -() k \Delta t dA$$

$$\frac{d\Delta t}{\Delta t} = -() k dA \quad \int_{t_0}^{t_x} \frac{d\Delta t}{\Delta t} = \int_0^{Ax} () k dA$$

↓

平均温差: $\Delta t_m = \frac{\Delta t_{\max} - \Delta t_{\min}}{\ln \frac{\Delta t_{\max}}{\Delta t_{\min}}}$

没事多推的重要考点

直角坐标系: $\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{\rho C} \left[\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right] + \frac{\dot{q}}{\rho C}$

平板: $\frac{d^2 t}{dx^2} = 0 \quad \frac{dt}{dx} = C_1 \quad dt = C_1 dx \quad t = C_1 x + C_2$

$x=0 \quad x=\delta$
 $t=t_1 \quad t=t_2$
 $\begin{cases} t_1 = C_2 \\ t_2 = C_1 \delta + C_2 \end{cases} \Rightarrow t = \frac{t_2 - t_1}{\delta} x + t_1$

$q = -\lambda \frac{dt}{dx} = -\lambda \frac{(t_2 - t_1)}{\delta} \quad \Phi = qA = -\lambda A \frac{(t_2 - t_1)}{\delta}$

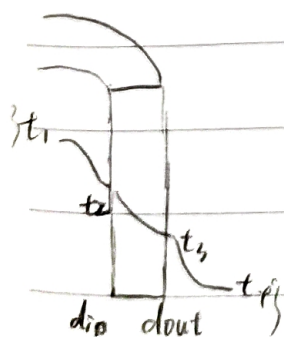
柱坐标: $\rho C \frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda r \frac{\partial t}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial z} \right) + \dot{q}$

$\frac{d}{dr} \left(r \frac{dt}{dr} \right) = 0 \quad r \frac{dt}{dr} = C_1 \quad dt = \frac{C_1}{r} dr \quad t = C_1 \ln r + C_2$

$r=r_1 \quad r=r_2$
 $t=t_1 \quad t=t_2$
 $\begin{cases} t_1 = C_1 \ln r_1 + C_2 \\ t_2 = C_1 \ln r_2 + C_2 \end{cases} \quad \begin{aligned} C_1 &= \frac{t_2 - t_1}{\ln(r_2/r_1)} \\ C_2 &= t_1 - \ln r_1 \frac{t_2 - t_1}{\ln(r_2/r_1)} \end{aligned}$

$t = \frac{t_2 - t_1}{\ln(r_2/r_1)} \ln \frac{r}{r_1} + t_1 \quad q = -\lambda \frac{dt}{dr} = -\frac{\lambda}{r} \frac{t_2 - t_1}{\ln(r_2/r_1)}$

$\Phi = qA = q \cdot 2\pi r l = \frac{2\pi l \lambda \Delta t}{\ln(r_2/r_1)} = \frac{2\pi l \lambda \Delta t}{\ln(d_o/d_i)}$



$(t_1 - t_2) h_i A_i = \Phi \quad t_1 - t_2 = \frac{\Phi}{h_i \pi d_i l}$

$t_2 - t_3 = \frac{\Phi}{2\pi \lambda l / \ln(d_o/d_i)} \quad t_3 - t_4 = \frac{\Phi}{h_o \pi d_o l}$

$(t_1 - t_4) \pi l = \pi l \Delta t = \Phi \left(\frac{1}{h_i d_i} + \frac{\ln(d_o/d_i)}{2\lambda} + \frac{1}{h_o d_o} \right)$
 $\Phi = K A_o \Delta t$
 $K = \frac{1}{\frac{1}{h_i d_i} + \frac{\ln(d_o/d_i)}{2\lambda} + \frac{1}{h_o d_o}}$

球坐标

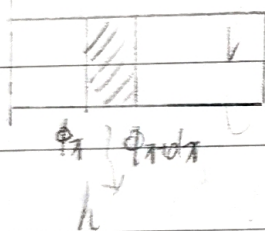
$$\rho c \frac{dt}{dt} = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (\lambda r^2 \frac{dt}{dr}) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{d}{d\varphi} (\lambda \frac{dt}{d\varphi}) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{d}{d\theta} (\lambda \sin \theta \frac{dt}{d\theta}) + \dot{q}$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (\lambda r^2 \frac{dt}{dr}) = 0 \quad r^2 \frac{dt}{dr} = C_1 \quad dt = \frac{C_1}{r^2} dr \quad t = -\frac{C_1}{r} + C_2$$

$$\begin{matrix} t=t_1 & t=t_2 \\ r=r_1 & r=r_2 \end{matrix} \quad t = \frac{\frac{1}{r} - \frac{1}{r_2}}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}} (t_1 - t_2) + t_2$$

$$q = -\lambda \frac{dt}{dr} = \frac{\lambda}{r^2} \frac{t_1 - t_2}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}} \quad \phi = qA = \frac{4\pi \lambda (t_1 - t_2)}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}} = \frac{\Delta t}{R}$$

肋片



$$\phi_x = \phi_{x+dx} + hP(t - t_f)dx$$

$$\phi_{x+dx} = \phi_x + \frac{d\phi_x}{dx} (x+dx - x) = \phi_x + \frac{d\phi_x}{dx} dx$$

$$\phi_x - \phi_{x+dx} = -\frac{d\phi_x}{dx} dx \quad \phi_x = -\lambda A_c \frac{dt}{dx}$$

$$\therefore \phi_x - \phi_{x+dx} = \lambda A_c \frac{d^2 t}{dx^2} dx = hP(t - t_f) dx$$

$$\text{则} \quad \frac{d^2 t}{dx^2} = \frac{hP}{\lambda A_c} (t - t_f) \quad \begin{cases} x=0 & \begin{cases} x=H \\ t=t_0 & \frac{dt}{dx} = 0 \end{cases} \end{cases} \quad \text{令 } \frac{hP}{\lambda A_c} = m^2, \quad t - t_f = \theta$$

$$\frac{d^2 \theta}{dx^2} = m^2 \theta \Rightarrow \theta'' - m^2 \theta = 0 \quad \text{通解} \quad \theta = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx}$$

$$\begin{matrix} \text{代入 } x=0 & \theta = \theta_0 \\ x=H & \frac{d\theta}{dx} = 0 \end{matrix} \quad \theta = \theta_0 \frac{\cosh[m(x-H)]}{\cosh(mH)}$$

$$\phi = \phi_{x=0} = -\lambda A_c \frac{d\theta}{dx} = \theta_0 \lambda A_c m \cdot \frac{\sinh(mH)}{\cosh(mH)} = \theta_0 \lambda A_c m \cdot \tanh(mH)$$

实际散热量 / 假设肋基温度散热量 $\approx hPH(t_0 - t_\infty) = hPH\theta_0$

$$\eta_f = \frac{\theta_0 \lambda A_c m \tanh(mH)}{\lambda A_c m^2 H \theta_0} = \frac{\tanh(mH)}{mH}$$

肋面总效率

$$\begin{aligned} \frac{LA_f}{A_r} \quad \phi &= h A_f \eta_f (t_o - t_f) + h A_r (t_o - t_f) = h (t_o - t_f) (A_f \eta_f + A_r) \\ &= A_{\Sigma} h (t_o - t_f) \left(\frac{A_f \eta_f + A_r}{A_{\Sigma}} \right) = A_{\Sigma} \eta_{\Sigma} h (t_o - t_f) \quad A_{\Sigma} = A_r + A_f \end{aligned}$$



$$\phi = h_i A_i (t_{fi} - t_{wi}) \quad t_{fi} - t_{wi} = \frac{\phi}{h_i A_i}$$

$$\phi = \frac{\lambda}{\delta} A_i (t_{wi} - t_{wo}) \quad t_{wi} - t_{wo} = \frac{\phi}{\lambda A_i / \delta}$$

$$\phi = A_{\Sigma} \eta_{\Sigma} h_o (t_{wo} - t_{fo}) \quad t_{wo} - t_{fo} = \frac{\phi}{A_{\Sigma} \eta_{\Sigma} h_o}$$

$$t_{fi} - t_{fo} = \phi \left(\frac{1}{h_i A_i} + \frac{1}{\lambda A_i / \delta} + \frac{1}{A_{\Sigma} \eta_{\Sigma} h_o} \right)$$

$$\phi = (t_{fi} - t_{fo}) / \left(\frac{1}{h_i A_i} + \frac{\delta}{\lambda A_i} + \frac{1}{A_{\Sigma} \eta_{\Sigma} h_o} \right)$$

集总参数法 (流体温度高)

$$\rho C \frac{dt}{d\tau} = \dot{\phi} \quad \frac{dt}{d\tau} = \frac{\dot{\phi}}{\rho C} \quad \text{又 } \dot{\phi} V = h A (t_{\infty} - t)$$

$$\rho C V \frac{dt}{d\tau} = -h A (t - t_{\infty}) \quad \rho C V \frac{d\theta}{d\tau} = -h A \theta$$

$$\frac{d\theta}{\theta} = - \frac{h A}{\rho C V} d\tau \quad \int_{\theta_0}^{\theta} \frac{d\theta}{\theta} = - \int_0^{\tau} \frac{h A}{\rho C V} d\tau \quad \frac{\theta}{\theta_0} = \exp\left(-\frac{h A}{\rho C V} \tau\right)$$

传热单元数法 - 换热器热设计的效能

换热器的效能

(1为热流体, 2为冷流体 '为进口, ''为出口)

$$\epsilon = \frac{(t' - t'')_{\max}}{t_1' - t_2'}$$

背

分子为: 冷流体或热流体在换热器中实际温差值大者

分母为: 流体在换热器中可能发生的最大温差值

$$\text{由 } \phi = q_m \cdot C \cdot (t' - t'') = q_{m1} C_1 (t_1' - t_1'') = q_{m2} C_2 (t_2'' - t_2')$$

$$\phi = (q_m C)_{\min} (t' - t'')_{\max} = \epsilon (q_m C)_{\min} (t_1' - t_2')$$

背

$$\text{由热平衡 } q_{m1} C_1 (t_1' - t_1'') = q_{m2} C_2 (t_2'' - t_2')$$

$$t_2'' - t_2' = \frac{q_{m1} C_1}{q_{m2} C_2} (t_1' - t_1'') = \epsilon \frac{q_{m1} C_1}{q_{m2} C_2} (t_1' - t_2') \quad \text{①}$$

$$\text{假设 } q_{m1} C_1 = q_{m2} C_2 \quad \text{则} \quad \epsilon (t_1' - t_2') = t_1' - t_1''$$

$$t_1' - t_1'' = \epsilon (t_1' - t_2') \quad \text{②}$$

$$\text{①} + \text{②} \text{ 有 } (t_1' - t_2') - (t_1'' - t_2'') = \epsilon \left(\frac{q_{m1} C_1}{q_{m2} C_2} + 1 \right) (t_1' - t_2')$$

$$1 - \frac{\Delta t''}{\Delta t'} = \epsilon \left(1 + \frac{q_{m1} C_1}{q_{m2} C_2} \right) \quad \text{令 } \frac{\Delta t''}{\Delta t'} = e^{-NKA}$$

$$\frac{1 - e^{-NKA}}{\left(1 + \frac{q_{m1} C_1}{q_{m2} C_2} \right)} = \epsilon$$

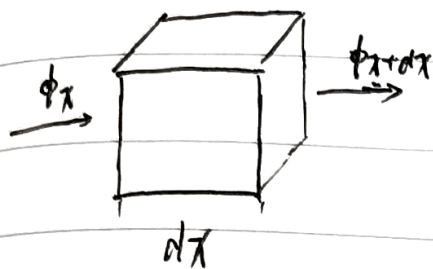
$q_{m1} C_1 > q_{m2} C_2$ 则同理有

$$\epsilon = \frac{1 - \exp \left\{ -\frac{KA}{(q_m C)_{\min}} \left[1 + \frac{(q_m C)_{\min}}{(q_m C)_{\max}} \right] \right\}}{1 + \frac{(q_m C)_{\min}}{(q_m C)_{\max}}}$$

$$\text{令 } \frac{KA}{(q_m C)_{\min}} = NTU \quad \text{背 传热单元数}$$

导热微分方程的推导

解



$$f(x+dx) = f(x) + f'(x) dx$$

$$\phi_{x+dx} = \phi_x + \frac{\partial \phi_x}{\partial x} dx$$

$$\phi_x = -\lambda A \frac{\partial t}{\partial x} = -dydz \lambda \frac{\partial t}{\partial x}$$

$$\therefore \frac{\partial \phi_x}{\partial x} = -dydz \frac{\partial (\lambda \frac{\partial t}{\partial x})}{\partial x}$$

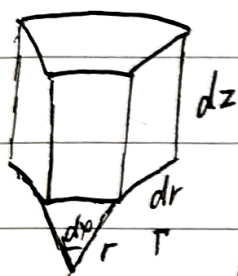
$$\phi_{x+dx} = \phi_x - \frac{\partial}{\partial x} (\lambda \frac{\partial t}{\partial x}) dx dy dz$$

$$\phi_x - \phi_{x+dx} = \frac{\partial}{\partial x} (\lambda \frac{\partial t}{\partial x}) dx dy dz = cm \Delta t = \rho c \cdot dx dy dz \frac{\partial t}{\partial t}$$

有 $\rho c \frac{\partial t}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (\lambda \frac{\partial t}{\partial x})$ y, z 方向同理, 考虑内热源则有

$$\rho c \frac{\partial t}{\partial t} = \left[\frac{\partial}{\partial x} (\lambda \frac{\partial t}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (\lambda \frac{\partial t}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (\lambda \frac{\partial t}{\partial z}) \right] + \dot{q}$$

柱坐标



$$A_r = r d\phi \cdot dz$$

$$A_\phi = dr dz$$

$$V = r d\phi dr dz$$

$$A_z = r dr d\phi$$

$$\phi_r = -\lambda A_r \frac{\partial t}{\partial r} = -\lambda r \frac{\partial t}{\partial r} d\phi dz$$

$$\phi_{r+dr} = \phi_r + \frac{\partial \phi_r}{\partial r} dr \quad \phi_r - \phi_{r+dr} = \frac{\partial}{\partial r} (\lambda r \frac{\partial t}{\partial r}) d\phi dz dr = \rho c \frac{\partial t}{\partial t} r d\phi dz dr$$

$$\rho c \frac{\partial t}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\lambda r \frac{\partial t}{\partial r})$$

$$\phi_\phi = -\lambda dr dz \frac{\partial t}{\partial r \phi} \quad \phi_{\phi+d\phi} = \phi_\phi + \frac{\partial \phi_\phi}{\partial \phi} d\phi$$

$$\phi_\phi - \phi_{\phi+d\phi} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} (\lambda \frac{\partial t}{\partial \phi}) r dr d\phi dz = \rho c \frac{\partial t}{\partial t} r dr d\phi dz$$

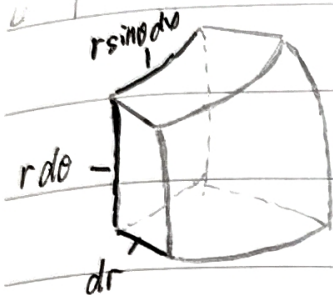
$$\rho c \frac{\partial t}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \phi} (\lambda \frac{\partial t}{\partial \phi})$$

$$\phi_z = -\lambda r d\phi dr \frac{\partial t}{\partial z} \quad \phi_{z+dz} = \phi_z + \frac{\partial \phi_z}{\partial z} dz$$

$$\phi_z - \phi_{z+dz} = -\frac{\partial \phi_z}{\partial z} dz = r d\phi dr dz \frac{\partial}{\partial z} (\lambda \frac{\partial t}{\partial z}) = \rho c \frac{\partial t}{\partial t} r d\phi dr dz$$

$$\rho c \frac{\partial t}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} (\lambda \frac{\partial t}{\partial z})$$

$$\text{则} \quad \rho c \frac{\partial t}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\lambda r \frac{\partial t}{\partial r}) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \phi} (\lambda \frac{\partial t}{\partial \phi}) + \frac{\partial}{\partial z} (\lambda \frac{\partial t}{\partial z}) + \dot{q}$$



$$A_r = r d\theta \cdot r \sin\theta d\phi = r^2 \sin\theta d\theta d\phi$$

$$A_\phi = r d\theta dr$$

$$A_\theta = r \sin\theta d\phi dr$$

$$V = r^2 \sin\theta d\theta d\phi dr$$

$$\phi_r = -\lambda A_r \frac{\partial t}{\partial r} = -\lambda r^2 \sin\theta d\theta d\phi \frac{\partial t}{\partial r} \quad \phi_{r+dr} = \phi_r + \frac{\partial \phi_r}{\partial r} dr$$

$$\phi_r - \phi_{r+dr} = \frac{\partial}{\partial r} (\lambda r^2 \frac{\partial t}{\partial r}) \cdot \sin\theta d\theta d\phi dr = \rho_c \frac{\partial t}{\partial t} \cdot r^2 \sin\theta d\theta d\phi dr$$

$$\rho_c \frac{\partial t}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (\lambda r^2 \frac{\partial t}{\partial r})$$

$$\phi_\phi = -\lambda A_\phi \frac{\partial t}{\partial r \sin\theta} = -\lambda r d\theta dr \frac{\partial t}{r \sin\theta \partial \phi} = -\lambda d\theta dr \frac{\partial t}{\partial \phi \sin\theta}$$

$$\phi_\phi - \phi_{\phi+d\phi} = \frac{d\phi d\theta dr}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial \phi} (\lambda \frac{\partial t}{\partial \phi}) = \rho_c \frac{\partial t}{\partial t} r^2 \sin\theta d\phi d\theta dr$$

$$\rho_c \frac{\partial t}{\partial t} = \frac{1}{r^2 \sin^2\theta} \frac{\partial}{\partial \phi} (\lambda \frac{\partial t}{\partial \phi})$$

$$\phi_\theta = -\lambda A_\theta \frac{\partial t}{\partial r \theta} = -\lambda r \sin\theta d\phi dr \frac{\partial t}{r \partial \theta} = -\lambda \sin\theta d\phi dr \frac{\partial t}{\partial \theta}$$

$$\phi_\theta - \phi_{\theta+d\theta} = d\phi d\phi dr \frac{\partial}{\partial \theta} (\lambda \sin\theta \frac{\partial t}{\partial \theta}) = \rho_c \frac{\partial t}{\partial t} r^2 \sin\theta d\phi d\theta dr$$

$$\rho_c \frac{\partial t}{\partial t} = \frac{1}{r^2 \sin\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\lambda \sin\theta \frac{\partial t}{\partial \theta})$$

$$\rho_c \frac{\partial t}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (\lambda r^2 \frac{\partial t}{\partial r}) + \frac{1}{r^2 \sin^2\theta} \frac{\partial}{\partial \phi} (\lambda \frac{\partial t}{\partial \phi}) + \frac{1}{r^2 \sin\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\lambda \sin\theta \frac{\partial t}{\partial \theta}) + \dot{\phi}$$

· 动力粘度系数 η ($\text{Pa}\cdot\text{s}$) 动力粘度系数 $\nu = \frac{\eta}{\rho}$ ($\text{m}^2\cdot\text{s}$)

背· 动量传递和热量传递的雷诺比拟的解为 $Nu_x = 0.0296 Re_x^{0.8}$

适用条件是 $Pr_t = 1$

· 自模化现象是 自然对流表面传热系数与特征长度无关 的现象，其发生条件是 自然对流为湍流时

· 保温材料：平均温度小于 298K ， $\lambda < 0.08 \text{ W/m}\cdot\text{K}$

· 加肋片强化传热，最有效应加在哪一侧？

最佳肋片形状什么样？为什么？

(1) ① 当 h_i, h_o 相差较大， A_i, A_o 相差不大，在 h 较小的一侧加肋片

② 当 $A_i h_i \approx A_o h_o$ 且均很小，两侧都需强化措施

(2) 在等肋基厚度 δ ，等肋高时，三角形 $>$ 梯形 $>$ 等直肋

因为热量向前传递过程中温度越来越低，所传热量越来越小，所需截面积也应相应减小，这样可节省材料，减轻重量并达到最大热流密度。最优肋片形为抛物线，但因其加工难度因而是三角形

· $Nu_t = \frac{h_l}{\alpha}$ 求出 Nu 可求出 h 。

· 热水瓶保温原理：① 瓶胆为表面镀银，银的发射率低，向外辐射少，增加表面辐射热阻 ② 内外壁抽近似真空，减少空气导热和对流导热 ③ 软木塞减少空气导热与对流导热

· 短管效应：管内强制对流入口段边界层薄，换热得到强化

$\frac{l}{d} < 60$ 为短管，修正系数 $C = 1 + (\frac{d}{l})^{0.7}$

· 自然对流换热：不依赖风机、泵等外力，由于流体自身温度场的不均匀而引起密度不均，并在重力作用下产生浮升力从而引起的流动，由这种流动造成的运动流体和表面间的换热称为自然对流换热

· 流体在大空间沿竖壁作自然对流换热时, 对于紊流工况, 其对流换热系数正比于壁高度的 0.75 次方

· 定性温度: 确定某种流体物性参数时所用的温度

特征尺度: 包括相似准则数^在内的几何尺度

· 换热器顺、逆流

逆流的平均温差大, 换热效果好, 但冷热流体的最高温都出现在换热器同一端, 使该处壁温特别高。一般为较好的换热效果选择逆流, 但在高温换热器中选用顺流可减少损坏。

· 顺排和叉排

顺排的阻力损失小, 且易于清洗冲刷; 叉排时流体的扰动大, 换热效果好。

· 管外流动换热纵向冲刷、横向冲刷换热

横向冲刷换热更强, 因为会引起绕流脱体, 扰动大换热强

· 临界绝缘直径是散热最大

· 第一类边界条件: 规定边界温度值

第二类边界条件: 规定边界热流密度

第三类边界条件: 规定表面传热系数 h 和流体温度

· 自然对流与膜状凝结异同

相同: ① 均为流体与壁面间发生的对流换热

② 前者会因粘滞形成流体薄膜, 后者也会因凝结形成液膜层, 主要热阻均为膜层

不同: ① 自然对流不发生相变, 后者会发生

② 自然对流流体与壁面温度高低无规定, 膜状凝结流体温度高, 且壁面温度低于流体饱和温度

· 微元黑体的辐射能按兰伯特余弦定律，垂直表面方向最大，平行方向为零

· 纵掠平板紊流对流换热的雷诺比拟式为 $Nu_x = 0.0296 Re_x^{0.8}$

· 格拉晓夫准则数 Gr 反映 惯性力、浮升力与粘滞力的平方之比

· 遮热板是什么？原理？举两个例子。

遮热板指在两个辐射表面之间插入用以削弱辐射传热的薄板

原理：增加了两个表面辐射热阻和一个空间热阻

例子：①用于储存液态气体的低温容器中

②超级隔热油管

· 膜状凝结的主要热阻是液膜层热阻，其表面传热系数与凝结壁面的过冷度的 $\frac{1}{4}$ 次方成正比

· 在换热器的计算中，组合 $\frac{kA}{(q_m C)_{\min}}$ 叫传热单元数，效能的定义式为 $\frac{[t' - t']_{\max}}{t_1 - t_2}$

· 当换热器冷热流体 t_1' t_2'' t_1 t_2 保持不变，逆流平均温差总比顺流大么？

不对，当冷热流体之一发生相变时，顺流逆流相同

· 春天放风筝原理

太阳辐射热能量首先被地面吸收，然后再传递给空气，空气直接从太阳光吸收的能量很少，所以靠近地面的空气温度高。

春天地面要吸收的热量多，使地温不可能上升太快，而地面附近是空气热流，距地面越近，空气温度越高。由于温度梯度大，从而密度梯度大，在重力作用下产生较大的浮升力，所以多在春天放风筝

· 普朗克定律揭示了黑体的单色辐射力按波长的变化分布规律

· 沸腾危机是指在核态沸腾区最大热流密度 $q_{\max}$

· 换热器效能的定义 $\frac{(t' - t'')_{\max}}{t_1 - t_2}$ 指换热器实际换热效果与最大可能的换热效果之比

· 纵掠平板强迫对流换热的能量方程

$$\frac{\partial t}{\partial t} + u \frac{\partial t}{\partial x} + v \frac{\partial t}{\partial y} + w \frac{\partial t}{\partial z} = \frac{\lambda}{\rho c} \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) + \frac{\dot{q}}{\rho c}$$

· 核态沸腾特点: 换热强, 温压小,

· 气体辐射的比尔定律表明光谱吸收强度在吸收性气体中传播时按指数规律减小, 厚度为 s 的气体层单层透射比 $\tau = e^{-k_\lambda s}$

· 换热器的热计算方法有 平均温差法 和 传热单元数法

· 玻璃可以透过可见光, 但为什么工业热辐射范围内可按灰体处理

对于工程中, 只要研究的波长在范围内光谱吸收比与波长基本无关就可按灰体处理。工业热辐射中多为红外波段, 此时玻璃满足黑体特性

· 什么叫热边界层? 用边界层理论解释单相对流换热中使边界层变薄可以强化传热

当黏性流体在壁面上流动时, 由于黏性, 在近壁面处流速减少, 贴壁处更是无滑移状态, 此处传热只能通过热传导的方式。来流在过余温度为来流过余温度 99% 处为热边界层边界 因而对流传热量只能是导热量 $q = h \Delta t = -\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial y} \right)_{y=0}$ 当边界层变薄, $\left(\frac{\partial t}{\partial y} \right)_{y=0}$ 会变大 从而 h 变大

· 气体辐射特点: ① 对波长有选择性 ② 气体的辐射和吸收在整个容积内进行

· 漫辐射是指表面的定向辐射强度与方向无关, 遵循兰贝特定律 m 辐射

背 · 雷诺比拟的结果 $St = \frac{Nu}{Re Pr}$

· 辐射力 单位时间内物体单位表面积向其上所有半球空间方向发射出所有波长范围的总辐射能 W/m^2

定向辐射强度 单位时间内物体的单位可见面积发射的辐射能, 落在空间任意方向单位立体角的能量 $W/(m^2 \cdot sr)$

· 为什么凝汽器中水蒸汽与管壁之间的换热可以不考虑辐射换热，而锅炉膛内的烟气与水冷壁之间的换热必须考虑辐射

凝汽器中水蒸汽与管壁的换热有相变过程，而凝结换热表面传热系数一般很大，即使 $h \sim 10^4 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$ 也很大，而水蒸汽与管壁的辐射传热系数，由于①水蒸汽的辐射对被长有选择性②凝汽器的真空度很高，压力低从而蒸汽饱和温度低；所以辐射换热小。

但锅炉炉膛内烟气温度高，且烟气具有很强的辐射特性。辐射换热是主要换热形式之一

· 根据对热辐射的吸收性，可将气体分为透热性气体和吸收性气体

· $Nu = f(Gr, Pr)$ 反应自然对流传热规律； $Nu = f(Re, Pr)$ 反应强制对流传热规律

· 强制对流一般通过 Re 判断层流或湍流，管内 Re 临界为 2300

而自然对流一般通过 Gr 判断

· 自然对流下热边界层厚度大致等于流动边界层厚度

· 按雷诺数的不同，热边界层可分为层流边界层，过渡边界层，湍流边界层

· 适用集中参数法的判断依据是 $B_i \leq 0.1$ M : 平板=1 圆柱= $\frac{1}{2}$ 球= $\frac{1}{3}$

· 热辐射的基尔霍夫定律：任意物体对黑体投入辐射的吸收比等于同温度下该物体的发射率

· 核态沸腾能发生的两个基本条件是有气化核心、壁面存在一定过热度

· 导热微分方程服从能量守恒定律，傅利叶导热定律，热二定律

· 一维肋片温度分布特点：任意垂直于肋高的截面上温度分布均匀且这些肋片截面上的温度沿肋高方向逐步降低

· 产生珠状、膜状两种不同形式的原因：凝结液体与壁面润湿条件不同

· 黑度：实际物体辐射力与同温度下黑体辐射力之比

· 黑体辐射函数 表示温度为 T 的黑体所发射的辐射能中, $10 \sim \lambda$ 内波长的辐射能的占比 与温度 λ 有关

· 空冷换热器翅片管上的翅片通常以一定的预紧力缠绕于管道表面, 当管道温度过高, 预紧力可能会消失, 造成传热恶化, 这是由于接触热阻增加导致的

· 除水, 绝大多液体的导热系数随温度的升高而降低。气体的导热系数随温度的增加而增加

· 三维常物性无内热源 $\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} = 0$ 数学上称拉普拉斯方程

· 角系数在 ① 漫射表面 ② 不同地点热流密度均匀 时为纯几何因素

· 在热辐射中, 表面粗糙度远小于投射辐射波长会发生镜面反射

· 描述湍流无量纲速度分布与无量纲温度分布相类比称为雷诺比拟在 $Pr=1$ 时成立

· 两个同类现象相似须满足同名已定特征数相同, 单值性条件相似

· 大温差修正 液体用粘度形式, 气体用温度形式

背 · 热管分 3 段: 蒸发段; 绝热段; 冷凝段

背 · 气凝胶粒子直径小于气体平均自由程, 通过减少对流换热来削弱散热

· 肋化系数 $\beta = \frac{A_0}{A_i}$ 加肋后外侧总表面积与未加肋的表面积之比

· $Biot$ 是判断毕渥数, 是对具体非稳态导热问题判断用什么方法解决的毕渥数, $Biot = \frac{h\delta}{\lambda}$; Bi 是查图毕渥数, 长度是坐标原点与表面间的长度, 图中规定的, 不能乱取

背 · 诺谟图 需 $Fo > 0.2$

· 管内流动, 层流的充分发展段的换热与 Re 无关, 但湍流充分发展段与 Re 有关

二刷错题

- 动量传递和热量传递的雷诺比拟的解为 $Nu_x = 0.0296 Re_x^{0.8}$ ，条件为 $Pr_t = 1$
- 自模化是指自然对流表面传热系数与特征长度无关的现象
- 临界绝热绝缘直径 $d_{cr} = \frac{2\lambda}{h_0}$ ，意义是圆柱形物体外表面覆盖的热绝缘层，外径为 d_{cr} 时，散热量最大

- 黑体辐射的性质：
相对性 $A_i X_{i,j} = A_j X_{j,i}$
解数
完整性 $\sum_{j=1}^n X_{i,j} = 1$ (非凹表面加上且 $X_{i,i} = 0$)
可加性 $X_{1,2} = \sum_{i=1}^n X_{1,2,i}$

- 强迫对流换热微分方程是根据质量守恒、能量守恒、动量守恒三大定律得出的
- 在大平壁一维稳态导热，随着厚度增加，热流密度变小 $q = -\lambda \frac{dt}{dx} \downarrow$
- 灰体的光谱吸收比与投射波长无关 $\rightarrow$ 漫灰表面
漫射表面 (兰伯特表面) 辐射强度与方向无关

- $\frac{kA}{(q_m c)_{min}}$ 叫传热单元数 效能定义式 $\frac{(t' - t'')_{max}}{t_i - t_o}$

物理意义：换热器的实际换热效果与最大可能换热效果之比

- Pr 数 $Pr = \frac{\nu}{\alpha}$ 动量扩散能力与热量扩散能力之比 表征热边界层与流动边界层相对厚度大小
- 纵掠平板强迫对流换热能量方程 $\rho c \frac{dt}{dt} + u \frac{dt}{dx} + v \frac{dt}{dy} + w \frac{dt}{dz} = \lambda (\frac{d^2 t}{dx^2} + \frac{d^2 t}{dy^2} + \frac{d^2 t}{dz^2}) + \dot{\phi}$

- 气体辐射比尔定律是 $I_{\lambda,s} = I_{\lambda,0} e^{-k_{\lambda}s}$ $I_{\lambda,s}$ 是 $x=s$ 时的光谱辐射
 k_{λ} 为光谱减弱系数，该定律表明光谱辐射强度在吸收性气体中传播按指数规律衰减

- $u \frac{dt}{dx} + v \frac{dt}{dy} = a \frac{d^2 t}{dx^2}$ 是稳态、二维、无内热源的边界层能量方程

- 肋片总效率 $\phi = h A_f \eta_f \Delta t + h A_r \Delta t = h \Delta t (A_f \eta_f + A_r)$
 $= h \cdot \Delta t \cdot A_o \left(\frac{A_f \eta_f + A_r}{A_o} \right)$ $\eta_{总} = \frac{A_f \eta_f + A_r}{A_f + A_r}$

· 复杂流型换热器的平均温差 ΔT_m 可类比逆流布置时的平均温差 $\Delta T_{m逆}$ 计算： $\Delta T_m = \psi \Delta T_{m逆}$

· 热边界层的定义：固体表面附近流体温度发生剧烈变化的薄层

· 影响对流换热的五大因素：流动起因、有无相变、流动状态、几何因素、物性

· 雷诺比拟的结果 $St = \frac{Nu}{Re \cdot Pr}$ 描述无量纲速度分布与无量纲温度分布

· 辐射力：单位时间物体向单位表面积向其上半球空间的总辐射能 (2单-全)

· 定向辐射强度：单位时间单位面积落到单位立体角上的能量 (3单)

· 第三类边界条件可写作 $-\lambda \left(\frac{dt}{dn} \right)_w = h(t_w - t_f)$

· 辐射率是指物体实际辐射力与同温黑体辐射力之比

· 根据雷诺数不同，热边界层可分为层流边界层、过渡边界层、湍流边界层

· 热辐射的基尔霍夫定律：热平衡时，任意物体对黑体投入辐射的吸收比等于同温度下该温度的发射率

· 核态沸腾发生的条件：①壁面有一定的过热度 ②有汽化核心 ^汽

· $Gr = \frac{g \rho \Delta t l^3}{\nu^2}$ 表征浮升力与黏滞力之比的一种度量

· j 因子 $j = \frac{Nu}{Re \cdot Pr^{1/3}}$ 表征无量纲表面传热系数

· 黑体辐射函数的定义：温度为 T 的黑体所发射的辐射能中， $(0 \sim \lambda)$ 范围内的辐射能占比

· 求解表面传热系数的方法：分析法、数值法、实验法、比拟法

· 稳定膜态、沸腾表面传热系数小于膜状凝结表面传热系数

· 套管式换热器选不锈钢

· 氨制冷器分离空气的作用是减少不凝性气体

· 热管分为三段：蒸发段、绝热段、冷凝段

· 气凝胶粒子直径小于气体分子平均自由程，从而减小对流换热

· Fo 数大于 0.2 可用正规状况，正规状况受热边界条件影响